J. 11 1057

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ANNÉE 2011**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures
Coefficient : 1

Ce sujet comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissement (recto),
- 11 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 11

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

Exercice 1 :

$\Re$ note l'ensemble des réels. On se place dans $\Re \times \Re = \Re^2$ et on considère l'application $f : \left| \begin{array}{l} \Re^2 \to \Re^2 \\ (x, y) \to (3x - y, -x + 3y) \end{array} \right.$. On muni $\Re^2$ de sa base canonique B.

Question 1 : Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) f est un endomorphisme de $\Re^2$
b) f n'est pas linéaire car par exemple $f(2,1) \neq 2f(1,1)$
c) Imf= $\Re^2$ et tout endomorphisme surjectif d'un espace vectoriel quelconque étant bijectif f est un automorphisme
d) Kerf= $\{(0,0)\}$ et tout endomorphisme injectif d'un espace vectoriel de dimension fini étant bijectif f est un automorphisme

Question 2 : Si C et C' sont deux bases de $\Re^2$, on notera mat(f,C,C') la matrice de f dans les bases C (base de l'ensemble de départ) et C' (base de l'ensemble d'arrivée) Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) Mat(f,B,B)= $\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$
b) Mat(f,B,B)= $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
c) B'= $((3,-1),(-1,3))$ est une base de $\Re^2$ puisque f est un automorphisme
d) Mat(f,B,B')= $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

Question 3 : On souhaite résoudre l'inéquation d'inconnue $\lambda \in \Re$: $\mathrm{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2$ où Id note l'identité de $\Re^2$. Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) $\mathrm{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow (3-\lambda)^2 + 1 = 0$
b) $\mathrm{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow (1+\lambda)^2 - 9 = 0$
c) $\mathrm{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow \lambda = 2$ et $\lambda = 4$
d) $\mathrm{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow \lambda = -2$ ou $\lambda = 4$

Question 4 : Le théorème du rang permet de dire que pour un espace vectoriel E de dimension fini et g un endomorphisme de E :

a) $\dim\ker g + \dim \operatorname{Im} g < \dim E$
b) $\ker g \oplus \operatorname{Im} g = E$
c) $\dim\ker g + \dim \operatorname{Im} g = \dim E$
d) $\dim\ker g + \operatorname{Rang}\ g = \dim E$

Question 5 : En utilisant ce théorème du rang on peut affirmer que

a) $\operatorname{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow \exists u \in \Re^2, f(u)=\lambda u$
b) $\operatorname{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Rightarrow \exists u \in \Re^2, f(u)=\lambda u$
c) $\operatorname{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftarrow \exists u \in \Re^2, f(u)=\lambda u$
d) $\operatorname{Rang}(f - \lambda \mathrm{Id}) < 2 \Leftrightarrow \exists u \in \Re^2, u \neq (0,0), f(u)=\lambda u$

Question 6 :
Soit $(\alpha,\beta) \in \Re^2, \alpha \neq \beta$, soient $u \in \Re^2$ tel que $f(u)=\alpha u$ et $v \in \Re^2$ tel que $f(v)=\beta v$
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) u et v sont nécessairement liés
b) u et v sont nécessairement libres
c) (u,v) est une base de $\Re^2$
d) On ne peut pas savoir si (u,v) est une famille libre ou liée car cela dépend des valeurs de (α,β)

Question 7 : Soit $\alpha \in \Re$, soient $u \in \Re^2$ tel que $f(u)=\alpha u$ et $v \in \Re^2$ tel que $f(v)=\alpha v$
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies

a) Nécessairement u=v
b) (u,v) est nécessairement liée car $\dim\ker(f - \alpha \mathrm{Id}) \leq 1$
c) (u,v) peut être une base de $\Re^2$ si cette famille est libre.
d) On ne peut pas savoir si (u,v) est une famille libre ou liée car cela dépend des valeurs de α

Question 8 :
Soit $B''=((1,1),(1,-1))$. B'' est clairement une base de $\Re^2$. On appelle Pass(B,B'') la matrice de passage de la base B à la base B''.
On peut alors affirmer que :

a) Pass(B,B'')=Mat(Id,B,B'')
b) Pass(B,B'')=Mat(Id,B'',B)
c) Pass(B,B'')= $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
d) Pass(B,B'')= $\frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Question 9 :
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies

a) Mat(f,B,B)=Pass(B,B'')Mat(f,B'',B'')Pass(B,B'')
b) Mat(f,B,B)=Pass(B'',B)Mat(f,B'',B'')Pass(B'',B)
c) Mat(f,B'',B'')= $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
d) Mat(f,B'',B'')= $\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

Question 10 : IN note l'ensemble des entiers naturels.
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies

a) $\forall k \in \mathbb{N}$, $[\mathrm{Mat}(f,B,B)]^k = [\mathrm{Pass}(B,B'')]^k [\mathrm{Mat}(f,B'',B'')]^k [\mathrm{Pass}(B,B'')]^k$
b) $\forall k \in \mathbb{N}$, $[\mathrm{Mat}(f,B,B)]^k = [\mathrm{Pass}(B,B'')][\mathrm{Mat}(f,B'',B'')]^k [\mathrm{Pass}(B,B'')]$ car $[\mathrm{Pass}(B'',B)][\mathrm{Pass}(B'',B)] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
c) $\forall k \in \mathbb{N}$, $[\mathrm{Mat}(f,B,B)]^k = [\mathrm{Pass}(B'',B)][\mathrm{Mat}(f,B'',B'')]^k [\mathrm{Pass}(B'',B)]$ car $[\mathrm{Pass}(B'',B)][\mathrm{Pass}(B'',B)] = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
d) $\forall k \in \mathbb{N}$, $[\mathrm{Mat}(f,B,B)]^k = \begin{pmatrix} 3^k & (-1)^k \\ (-1)^k & 3^k \end{pmatrix}$

Tournez la page S.V.P.

Question 11: Soit $n \in IN$. La formule de Taylor avec reste intégral permet d'écrire que :

/

a) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$,

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(t)dt$$

b) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, dont la dérivée nième est continue sur [a,b]

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(t)dt$$

0

c) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$,

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n}}{n!} h^{(n)}(t)dt$$

d) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, dont la dérivée nième est continue sur [a,b]

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \int_a^b \frac{(b-t)^{n}}{n!} h^{(n)}(t)dt$$

Question 12:.Soit $n \in IN$. Le théorème de la moyenne appliqué au reste intégral de la question précédente permet donc d'écrire :

/

a) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, $\exists c \in]a, b[$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

b) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, $[a, b]$, dont la dérivée nième est continue sur $[a,b], \exists c \in]a, b[$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n-1}}{(n-1)!} h^{(n)}(c)$$

c) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, $\exists c \in]a, b[$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n}}{n!} h^{(n)}(c)$$

d) Pour une fonction h, n fois dérivable sur un segment $[a, b]$, $[a, b]$, dont la dérivée nième est continue sur $[a,b], \exists c \in]a, b[$

$$h(b) = \sum_{k=0}^{n-1} (b-a)^k \frac{h^{(k)}(a)}{k!} + \frac{(b-a)^{n}}{n!} h^{(n)}(c)$$

Question 13: On peut déduire de la question précédente

a) $\exists c \in \Re, \forall x \in \Re, e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

O b) $\forall x \in \Re, \exists c \in \Re, e^x = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{x^k}{k!} + \frac{x^n}{n!} e^c$

c) $\forall x \in \Re,\ e^x = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$

d) $e^x = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{x^k}{k!}$ mais seulement si $|x| \le 1$

Question 14: Si A est une matrice carrée à coefficients réels on définira l'exponentielle de la matrice A comme étant $\exp(A) = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{A^k}{k!}$ si cette limite à un sens.

a) $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^2 & 0 \\ 0 & e^4 \end{pmatrix}$

b) $\exp\left(\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}\right)$ n'est pas définie car 2>1

c) $\exp\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} e^3 & e^{-1} \\ e^{-1} & e^3 \end{pmatrix}$

d) $\exp\left(\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}\right) = e^3 \begin{pmatrix} \mathrm{ch}(1) & -\mathrm{sh}(1) \\ -\mathrm{sh}(1) & \mathrm{ch}(1) \end{pmatrix}$

Exercice 2 :

IN note ici l'ensemble des entiers naturels. On s'intéresse aux suites $(u_n)_{n\in IN}$ définies par les données de u_0 un réel et la relation :

$$\forall n \in IN^*, u_{n+1} = u_n\left(u_n + \frac{1}{n}\right)$$

Question 15 :
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

0,5

a) $\forall n \in IN^*, u_n \geq 0$
b) $\forall n \in IN^*, u_n \geq 0 \Leftrightarrow u_0 \geq 0$
c) $\forall n \in IN, u_n \geq 0 \Leftarrow u_0 \geq 0$
d) $\forall n \in IN^*, u_n \geq 0 \Leftrightarrow u_0 \geq 0$ ou $u_0 \leq -1$

Question 16 : Dans cette question nous supposerons que $(u_n)_{n\in IN}$ converge vers une limite λ.
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

a) Nécessairement $\lambda=0$
b) On ne peut rien savoir de λ puisque la limite de $\frac{u_n}{n}$ peut être indéterminée.
c) Nécessairement $\lambda=1$
d) $\lambda=+\infty$ si $(u_n)_{n\in IN}$ croit plus vite que $(n)_{n\in IN}$

Question 17 : Dans la suite de l'exercice, on défini la suite de fonctions $(f_n)_{n\in IN^*}$ par :
Pour tout x réel positif, $f_1(x) = x$
Pour tout n entier naturel non nul, pour tout x réel positif , $f_{n+1}(x) = f_n(x)\left(f_n(x) + \frac{1}{n}\right)$
Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies :

0

a) $\forall n \in IN^*, \forall p \in IN^*, f_p(u_n)$ est défini
b) Pour que $\forall n \in IN^*, \forall p \in IN^*, f_p(u_n)$ soit défini il suffit que $u_0 > 0$
c) Si $u_0 > 0$, $\forall n \in IN^*, u_{n+1} = f_n(u_n)$
d) Si $u_0 > 0$, $\forall n \in IN^*, u_{n+1} = f_n(u_0)$

Question 18 : Dans toute la suite de l'exercice on considérera que $u_0 > 0$
Parmi les assertions suivantes, lesquelles peuvent être démontrées:

\|\|

a) $\forall n \in IN^*, f_n$ est une fonction indéfiniment dérivable et strictement croissante sur $[0,+\infty[$
b) $\forall n \in IN^*, f_n'' = 0$
c) $\forall n \in IN^*, f_n$ est une fonction polynôme de degré n
d) $\forall n \in IN^*, f_n$ est une fonction strictement positive sur $]0,+\infty[$

Question 19 : Quelles formulations du théorème des valeurs intermédiaires sont correctes parmi les suivantes :

O

a) Si f est une fonction continue sur un intervalle [a,b] et si f(a).f(b)<0 alors il existe un unique réel x, a<x<b tel que f(x)=0
b) Si f est une fonction strictement croissante sur un intervalle [a,b] alors pour tout $\alpha \in [f(a), f(b)]$, il existe un unique réel x, a<x<b tel que f(x)=α
c) Si f est une fonction continue et croissante sur un intervalle [a,b] alors pour tout $\alpha \in [f(a), f(b)]$, il existe un réel x, a<x<b tel que f(x)=α
d) Si f est une fonction continue sur un intervalle [a,b] et dérivable sur]a,b[alors il existe un unique réel x, a<x<b tel que f'(x)=0

Question 20 :En utilisant un théorème des valeurs intermédiaires on peut justifier :

a) $\forall n \in IN^*$, il existe un unique couple de réels (α_n, β_n) tel que $\begin{cases} f_n(\alpha_n) = 1 - \frac{1}{n} \\ f_n(\beta_n) = 1 \end{cases}$ et de plus $0 < \alpha_n < \beta_n < 1$

V.

0

b) $\forall n \in IN^*$, il existe un unique couple de réels (α_n, β_n) tel que $\begin{cases} f_n(\alpha_n) = 1 - \frac{1}{n} \\ f_n(\beta_n) = 1 \end{cases}$ et de plus $1 > \alpha_n > \beta_n > 0$

F

c) $\forall n \in IN^*$, il existe un couple des réels (α_n, β_n) tel que $\begin{cases} f_n(\alpha_n) = 1 - \frac{1}{n} \\ f_n(\beta_n) = 1 \end{cases}$ et de plus $0 < \alpha_n < \beta_n < 1$

F

d) $\forall n \in IN^*$, il existe un unique couple de réels (α_n, β_n) tel que $\begin{cases} f_n(\alpha_n) = 1 - \frac{1}{n} \\ f_n(\beta_n) = 1 \end{cases}$ et de plus $1 > \alpha_n > \beta_n > 0$

F

Tournez la page S.V.P.

Question 21 :En question précédente on a montrer l'existence de (α_n, β_n) tel que

$$\begin{cases} f_n(\alpha_n) = 1 - \dfrac{1}{n} \\ f_n(\beta_n) = 1 \end{cases}$$. Pour n entier naturel non nul.

Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

a) $\begin{cases} f_{n+1}(\alpha_n) < 1 - \dfrac{1}{n+1} \\ f_n(\beta_n) < 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f_{n+1}(\alpha_n) < 1 - \dfrac{1}{n+1} \\ f_n(\beta_n) > 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f_{n+1}(\alpha_n) > 1 - \dfrac{1}{n+1} \\ f_n(\beta_n) < 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f_{n+1}(\alpha_n) > 1 - \dfrac{1}{n+1} \\ f_n(\beta_n) > 1 \end{cases}$

Question 22 : Quelles formulations parmi les suivantes sont correctes:

a) Une suite monotone et majorée converge

b) Une suite monotone et bornée converge

c) Une suite croissante admet une limite, éventuellement infinie

d) Une suite décroissante et majorée converge

Question 23 : Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

a) $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ sont deux suites croissantes

b) $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante et $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante

c) $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante et $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante

d) $(\alpha_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(\beta_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ sont deux suites décroissantes

Question 24: Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

a) $(\alpha_n)_{n\in IN^*}$ converge car c'est une suite croissante et que $\forall n \in IN^*, \alpha_n < \beta_n$

b) $(\alpha_n)_{n\in IN^*}$ converge car c'est une suite croissante et que $\forall n \in IN^*, \alpha_n < 1$

O √ c) $(\alpha_n)_{n\in IN^*}$ et $(\beta_n)_{n\in IN^*}$ sont convergentes vers L et L' respectivement et comme $\forall n \in IN^*, \alpha_n < \beta_n$, L<L'

F d) $(\alpha_n)_{n\in IN^*}$ et $(\beta_n)_{n\in IN^*}$ sont convergentes vers L et L' respectivement et comme $\forall n \in IN^*, \alpha_n \le \beta_n$, L≤L'

Question 25:
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

√ a) $\forall n \in IN^*, 1-\frac{1}{n} \le f_n(L) \le f_n(L') < 1$

O F b) $\forall n \in IN^*, 1-\frac{1}{n} \le f_n(L') < f_n(L) < 1$

√ c) L<L'

F d) $f_n(u_1) - f_n(L)$ est du signe de $u_1 - L$

Question 26: On supposera que $u_1 < L$
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

F a) $(u_n)_{n\in IN}$ est croissante

F b) $(u_n)_{n\in IN}$ est décroissante

O √ c) $(u_n)_{n\in IN}$ converge vers 0

F d) $(u_n)_{n\in IN}$ converge vers 1

Question 27: On supposera que $u_1 > L$
Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

√ a) $(u_n)_{n\in IN}$ est croissante

III. F b) $(u_n)_{n\in IN}$ est décroissante

F c) $(u_n)_{n\in IN}$ converge vers 1

√ d) $(u_n)_{n\in IN}$ diverge

Exercice 3 :

Le but de cet exercice est de déterminer toutes les fonctions f définies et continues sur l'ensemble des réels $\Re$ et vérifiant :

Pour tout réel x, $f(2x) = \int_0^x (x-t)f(2t)dt + 1$ **(P)**

Question 28: Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

a) $\int_0^x (x-t)f(2t)dt$ est définie pour tout réel car $t \to (x-t)f(2t)$ est définie sur $\Re$

P

b) $\int_0^x (x-t)f(2t)dt$ est définie pour tout réel car $t \to (x-t)f(2t)$ est continue sur $\Re$

c) $\varphi : x \to \int_0^x (x-t)f(2t)dt$ est dérivable et $\varphi'(x) = xf(0)$

d) $\varphi : x \to \int_0^x (x-t)f(2t)dt$ est dérivable si et seulement si f est dérivable

Question 29: Dans la suite de l'exercice f vérifie la propriété **(P)** Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

0,5

a) f est indéfiniment dérivable sur $\Re$

b) $\forall x \in \Re, f'(2x) = (x-x)f(2x) = 0$

c) $\forall x \in \Re, f'(2x) = \int_0^x f(2t)dt - xf(2x)$

d) $\forall x \in \Re, f'(2x) = \frac{1}{2}\int_0^x f(2t)dt$

Question 30: Parmi les assertions suivantes lesquelles sont vraies ?

0

a) $\forall x \in \Re, f''(x) = f(x)$

b) $\forall x \in \Re, f''(x) = \frac{1}{4}f(x)$

c) $\forall x \in \Re, f''(x) = 4f(x)$

d) Nécessairement, $\forall x \in \Re, f(x) = f(0) = 0$

Question 31: On peut alors affirmer qu'il existe un couple de réel A et B tels que :

a) $\forall x \in \Re$, $f(x)=Ae^{x}+Be^{-x}$
b) $\forall x \in \Re$, $f(x)=e^{x}(A\cos x+B\sin x)$
c) $\forall x \in \Re$, $f(x)=Ae^{2x}+Be^{-2x}$
d) $\forall x \in \Re$, $f(x)=e^{-\frac{x}{2}}\left(A\cos\frac{x}{2}+B\sin\frac{x}{2}\right)$

Question 32: En calculant directement f(0) on peut affirmer que :

a) $f(0)=0$
b) $f(0)=1$
O1 V c) $A+B=1$
F d) $A=0$

Question 33 : On peut donc en déduire qu'il existe un réel A tel que

a) $\forall x \in \Re$, $f(x)=A\operatorname{sh}\left(\frac{x}{2}\right)+e^{-\frac{x}{2}}$
b) $\forall x \in \Re$, $f(x)=Ae^{x}\sin x$
c) $\forall x \in \Re$, $f(x)=1+A\operatorname{sh}(x)$
d) $\forall x \in \Re$, $f(x)=A\operatorname{sh}(x)+e^{-x}$

Question 34 : On peut donc affirmer que :

a) Les solutions à l'exercice sont les fonctions définies par $\forall x \in \Re$
$f(x)=A\operatorname{sh}\left(\frac{x}{2}\right)+e^{-\frac{x}{2}}$ où A est un réel quelconque
b) Les solutions à l'exercice sont les fonctions définies par $\forall x \in \Re$ $f(x)=Ae^{x}\sin x$ où A est un réel quelconque
c) Seule la fonction définie par $\forall x \in \Re$ $f(x)=\operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right)$ est solution à l'exercice
d) Il n'y a pas de solution à l'exercice.