J. 14 1177

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ANNÉE 2014**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES PILOTE DE LIGNE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 Heures
Coefficient : 1

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto),
- 2 pages (recto-verso) d'instructions pour remplir le QCM,
- 1 page d'avertissements (recto),
- 11 pages de texte (recto-verso) numérotées de 1 à 11

CALCULATRICE NON AUTORISÉE

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

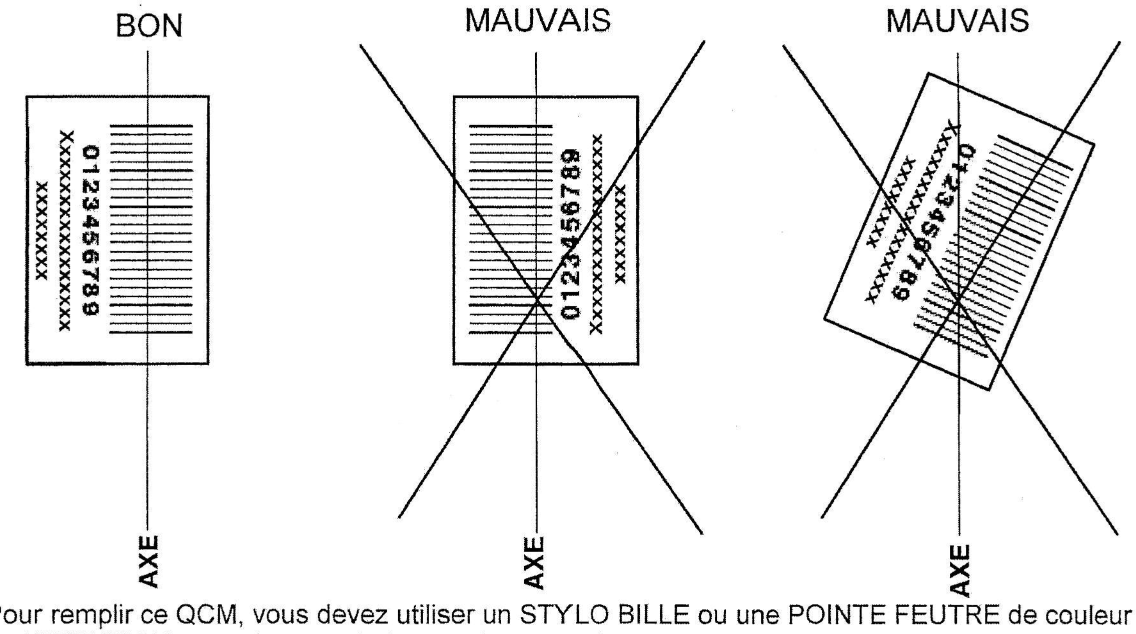
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci **en position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE et ATTENTION vous devez noircir complètement la case en vue de la bonne lecture optique de votre QCM.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Tournez la page S.V.P.

5) Cette épreuve comporte 36 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet.
Chaque candidat devra choisir au plus 24 questions parmi les 36 proposées.

Il est inutile de répondre à plus de 24 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 1, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 24 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 36, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 37 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 1 à 36, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne,
vous devez alors noircir la case E.

En cas de réponse fausse, aucune pénalité ne sera appliquée.

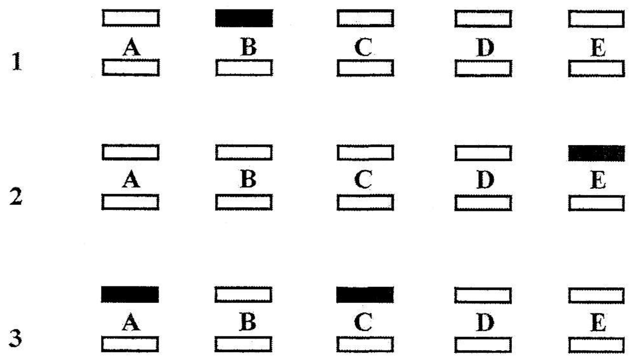
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



QUESTIONS LIEES

1 à 5
6 à 8
9 à 15
16 à 23
24 à 32
33 à 36

Notations

Les lettres $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$ et $\mathbb{N}$ désignent respectivement les ensembles des réels, des complexes et des entiers naturels.

Partie I

On note $GL_n(\mathbb{R})$ le sous-ensemble de $M_{n,n}(\mathbb{R})$ (matrices carrées de dimension n), formé des matrices inversibles. On l'appelle le groupe linéaire d'ordre n. La notation « $\cdot$ » désigne le produit matriciel.

Question 1

A) $GL_n(\mathbb{R})$ est un sous-espace vectoriel de $M_{n,n}(\mathbb{R})$
B) $GL_n(\mathbb{R})$ n'est pas un sous-espace vectoriel de $M_{n,n}(\mathbb{R})$
C) $(GL_n(\mathbb{R}),\cdot)$ est un groupe commutatif
D) $(GL_n(\mathbb{R}),\cdot)$ n'est pas un groupe commutatif

$E_{i,j}$ désigne la matrice élémentaire dont tous les termes sont nuls, sauf $e_{ij}=1$. I désigne la matrice identité de $\mathbb{R}^n$.

Question 2

A) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,j}$, $i \neq j$, la matrice $I+E_{i,j}$ est inversible et admet un inverse de la forme $I+\alpha E_{i,j}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
B) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,j}$, $i \neq j$, la matrice $I+E_{i,j}$ n'est pas inversible.
C) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,i}$, la matrice $I+E_{i,i}$ est inversible et admet un inverse de la forme $I+\alpha E_{i,i}$, avec $\alpha \in \mathbb{R}$.
D) Pour toute matrice élémentaire $E_{i,i}$, la matrice $I+E_{i,i}$ n'est pas inversible.

On appelle centralisateur de $GL_n(\mathbb{R})$, noté $C(GL_n(\mathbb{R}))$, l'ensemble des matrices de $GL_n(\mathbb{R})$ qui commutent avec toute matrice inversible.

Question 3

On a :

A) $C(GL_n(\mathbb{R})) = GL_n(\mathbb{R})$

B) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \alpha_i E_{i,i}, (\alpha_1,\cdots,\alpha_n) \in \mathbb{R}^n \right\}$

C) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \alpha E_{i,i}, \alpha \in \mathbb{R} \right\}$

D) $C(GL_n(\mathbb{R})) = \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_i E_{i,j}, (\alpha_1,\cdots,\alpha_n) \in \mathbb{R}^n \right\}$

Tournez la page S.V.P.

Soit la matrice :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in M_{n,n}(\mathbb{R})$$

Question 4

E

A) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

B) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

C) La matrice P est inversible, et

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

D) La matrice P n'est pas inversible

Une matrice A est dite nilpotente si $A^k = 0$ et $A^{k-1} \neq 0$. On note $N_n(\mathbb{R})$ le sous-ensemble des matrices de $M_{n,n}(\mathbb{R})$ formé des matrices nilpotentes.

Question 5

A) La somme de 2 matrices nilpotentes est une matrice nilpotente
B) Le produit de 2 matrices nilpotentes est une matrice nilpotente
C) La somme de 2 matrices nilpotentes n'est jamais inversible
D) Si $A \in N_n(\mathbb{R})$ matrice nilpotente d'ordre k , alors on a $k \leq n$

E

Partie II

Soit $f:[0;1] \mapsto \mathbb{R}$ une fonction continue et $n \in \mathbb{N}^*$. On pose

$$u_n(f) = \left(\int_0^1 |f(t)|^n \, dt \right)^{\frac{1}{n}}$$

Question 6

Soit λ un nombre réel, on a :

A) $u_n(\lambda f) = \lambda^n u_n(f)$

B) $u_n(\lambda f) = \lambda^{\frac{1}{n}} u_n(f)$

C) $u_n(\lambda f) = \lambda u_n(f)$

D) $u_n(\lambda f) = |\lambda| u_n(f)$

On suppose que $f(x) \geq 0$ pour tout $x \in [0;1]$, et que la maximum de la fonction f est égal à 1. Soit $\varepsilon > 0$.

Question 7

A) Pour tout entier $n \geq 1$, on a $u_n(f) \geq 1$

B) Il existe des nombres u et v vérifiant $0 \leq u < v \leq 1$ tels que $f(x) \geq 1 - \varepsilon$ pour tout $x \in [u;v]$

C) Pour tout entier $n \geq 1$, $u_n(f)$ vérifie $u_n(f) \leq (v-u)^{\frac{1}{n}}(1-\varepsilon)$

D) La suite $u_n(f)$ admet pour limite 1

Soit $g:[0;1] \mapsto \mathbb{R}$ une fonction continue, et M le maximum de la fonction $x \mapsto |g(x)|$ sur $[0;1]$

Question 8

On a :

A) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(g) = M$

B) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(g) = \dfrac{1}{M}$

C) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(g) = |M|$

D) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n(g) = \dfrac{1}{|M|}$

Partie III

Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on pose

$$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos t)^n \, dt$$

Question 9

A) La suite I_n est croissante
B) La suite I_n est décroissante
C) La suite I_n n'est ni croissante, ni décroissante
D) Il existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tel que la suite I_n soit décroissante pour $n \geq n_0$

Question 10

On a :

A) $I_0 = 1$
B) $I_0 = \frac{\pi}{2}$
C) $I_1 = 1$
D) $I_1 = \frac{\pi}{4}$

Question 11

A l'aide d'une intégration par parties, on montre que la suite I_n satisfait la propriété :

A) $(n+1)I_{n+1} = nI_n$ C
B) $nI_{n+2} = (n+2)I_n$
C) $(n+2)I_{n+2} = nI_n$
D) $(n+1)I_{n+2} = (n+2)I_n$

Question 12

On en déduit que la suite I_n vérifie :

A) $\lim_{n\to\infty} (nI_nI_{n-1}) = \frac{\pi}{2}$
B) $\lim_{n\to\infty} (nI_nI_{n-1}) = 1$
C) $\lim_{n\to\infty} (I_{n-1}/I_n) = 1$?
D) $\lim_{n\to\infty} (I_{n-1}/I_n) = \frac{\pi}{2}$

Question 13

On déduit des résultats précédents

A) $\lim_{n\to\infty} n\left(I_n\right)^2 = \frac{2}{\pi}$

B) $\lim_{n\to\infty} n\left(I_n\right)^2 = \frac{\pi}{2}$

C) $\lim_{n\to\infty} I_n = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$

D) $\lim_{n\to\infty} I_n = \sqrt{\frac{\pi}{2}}$

Question 14

On peut montrer que :

A) $I_{2n} = \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n-1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}$ pour tout $n\geq 1$

B) $I_{2n} = \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}$ pour tout $n\geq 1$

C) $I_{2n} = \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n-1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{\pi}{2}$ pour tout $n\geq 1$

D) $I_{2n} = \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{\pi}{2}$ pour tout $n\geq 1$

Question 15

On déduit des résultats précédents que :

A) $\lim_{n\to\infty} \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}$

B) $\lim_{n\to\infty} \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$

C) $\lim_{n\to\infty} \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$

D) $\lim_{n\to\infty} \frac{1\times 3\times\cdots\times(2n+1)}{2\times 4\times\cdots\times 2n}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\pi}$

Pour tout entier $n\in\mathbb{N}$ et tout nombre $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$, on pose

$$F_n(x) = \int_0^x \left(\tan t\right)^n dt$$

Question 16

On a :

A) $F_1(x) = 1+\tan^2 x$

B) $F_1(x) = x$

C) $F_2(x) = \tan x - x$

D) $F_2(x) = 2\left(\tan x + \tan^3 x\right)$

Tournez la page S.V.P.

Question 17

Pour $|x| < \frac{\pi}{2}$, on a l'égalité

A) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n-1}(\tan x)^{n-1}$

B) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n}(\tan x)^{n}$

C) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n+1}(\tan x)^{n+1}$

D) $F_{n+2}(x) + F_n(x) = \frac{1}{n+2}(\tan x)^{n+2}$

Question 18

On en déduit :

A) $F_4(x) = \frac{\tan^2 x}{2} - \tan x + x$

B) $F_4(x) = \frac{\tan^3 x}{3} - \tan x + x$

C) $F_4(x) = \frac{\tan^4 x}{4} - \tan x + x$

D) $F_4(x) = -\frac{\tan x}{2} + x$

Pour tout entier n, on pose

$$J_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan t)^n \, dt$$

Question 19

A) La suite J_n est croissante et convergente

B) La suite J_n est décroissante et convergente

C) La suite J_n est croissante et divergente

D) La suite J_n est décroissante et divergente

Soit a un réel vérifiant $0 < a < \frac{\pi}{4}$.

Question 20

On peut montrer que :

A) $J_n \geq a(\tan a)^n + \frac{\pi}{4} - a$

B) $J_n \leq a(\tan a)^n + \frac{\pi}{4} - a$

C) $J_n \geq \frac{\pi}{4} + a$

D) $J_n \leq \frac{\pi}{4} + a$

Question 21

On en déduit :

A) $\lim_{n\to\infty} J_n = \frac{\pi}{4}$

B) $\lim_{n\to\infty} J_n = 1-\frac{\pi}{4}$

C) $\lim_{n\to\infty} J_n = 0$

D) $\lim_{n\to\infty} J_n = +\infty$

Question 22

Pour tout entier $n \geq 1$, on a l'égalité :

A) $\frac{\pi}{4}+(-1)^n J_{2n+2} = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^n}{2n-1}$

B) $\frac{\pi}{4}+(-1)^n J_{2n+2} = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{2n+1}$

C) $\frac{\pi}{4}+(-1)^n J_{2n+2} = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$

D) $\frac{\pi}{4}+(-1)^n J_{2n+2} = 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^n}{2n+1}$

Question 23

On peut ainsi en déduire que :

A) $\lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^n}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$

B) $\lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^{n-1}}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$

C) $\lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$

D) $\lim_{n\to\infty} 1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$

Partie IV

Soient $n \in \mathbb{N} \setminus \{0;1\}$ et $\{\omega_0, \cdots, \omega_{n-1}\}$ les racines n-ièmes de l'unité :

$$\omega_k = \omega^k \text{ avec } \omega = e^{i\frac{2\pi}{n}}$$

Soit $p \in \mathbb{N}$. La notation $\binom{n}{k}$ désigne le coefficient binomial $\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Question 24

On établit que :

A) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = \frac{1+\omega^{np}}{1-\omega^p}$ si $\omega^p \neq 1$

B) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = \frac{1-\omega^{np}}{1-\omega^p}$ si $\omega^p \neq 1$

C) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = n$ si $\omega^p = 1$

D) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \omega_k^p = 1$ si $\omega^p = 1$

Question 25

Un calcul permet d'obtenir :

A) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = 2^n \cos^n \frac{\pi}{n} - 1$

B) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = -2^n \cos^n \frac{\pi}{n} + 1$

C) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = 2^n \cos^n \frac{\pi}{n} + 1$

D) $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} \omega_k = -2^n \cos^n \frac{\pi}{n} - 1$

Question 26

Le produit $\displaystyle\prod_{k=1}^{n-1} \omega_k$ vaut :

A) $(-1)^n$

B) $(-1)^{n-1}$

C) $(-1)^{n-1} \cdot \omega$

D) $(-1)^n \cdot \omega$

Dans toute la suite, $E(x)$ désigne la fonction « partie entière de x », et j est la racine cubique de l'unité dont la partie imaginaire est strictement positive.

Question 27

On a :

A) $(1+1)^n = \sum_{k=0}^{n} 2\binom{n}{k}$

B) $(1+1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

C) $(1+j)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} j^k$

D) $(1+j)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} j^{2k}$

Question 28

De même,

A) $\left(1+j^2\right)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \overline{j}^{2k}$

B) $\left(1+j^2\right)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} j^k$

En posant $Z_n = 2^n + (1+j)^n + \left(1+j^2\right)^n$, on obtient ainsi

C) $Z_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(2 + j^k + j^{2k}\right)$

D) $Z_n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \left(1 + j^k + \overline{j}^{2k}\right)$

La notation $k \equiv j(n)$ signifie que le reste de la division euclidienne de k par n est j. On souhaite distinguer les cas selon lesquels $k \equiv 0(3)$, $k \equiv 1(3)$ ou $k \equiv 2(3)$.

Question 29

On a la décomposition suivante :

A) $Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k}\left(1+j^{3k}+j^{6k}\right) + \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k+1}\left(1+j^{3k+1}+j^{6k+2}\right) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k+2}\left(1+j^{3k+2}+j^{6k+4}\right)$

B) $Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k}\left(1+j^{3k}+j^{6k}\right) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k+1}\left(1+j^{3k+1}+j^{6k+2}\right) + \sum_{k=0}^{E((n+1)/3)} \binom{n}{3k+2}\left(1+j^{3k+2}+j^{6k+4}\right)$

C) $Z_n = \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k-1}\left(1+j^{3k}+j^{6k}\right) + \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k}\left(1+j^{3k+1}+j^{6k+2}\right) + \sum_{k=0}^{E((n+1)/3)} \binom{n}{3k+1}\left(1+j^{3k+2}+j^{6k+4}\right)$

D) $Z_n = \sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k}\left(1+j^{3k}+j^{6k}\right) + \sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k+1}\left(1+j^{3k+1}+j^{6k+2}\right) + \sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k+2}\left(1+j^{3k+2}+j^{6k+4}\right)$

Question 30

On obtient alors :

A) $Z_n = 3\sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k}$

B) $Z_n = 3\sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k}$

C) $Z_n = 3\sum_{k=0}^{E((n-2)/3)} \binom{n}{3k}$

D) $Z_n = 3\sum_{k=0}^{E((n-1)/3)} \binom{n}{3k-1}$

Question 31

On remarque que :

A) $(1+j)^n + (1+j^2)^n = -2\,\mathrm{Re}(1+j)^n$

B) $(1+j)^n + (1+j^2)^n = 2\,\mathrm{Im}(1+j)^n$

C) $(1+j)^n = 2^n \cos^n \frac{\pi}{3} \mathrm{e}^{\frac{in\pi}{3}}$

D) $(1+j^2)^n = \mathrm{e}^{\frac{-in\pi}{3}}$

Question 32

Il en résulte que :

A) $(1+j)^n + (1+j^2)^n = -2\cos\frac{n\pi}{3}$

B) $(1+j)^n + (1+j^2)^n = 2\sin\frac{n\pi}{3}$

Finalement, on obtient :

C) $\sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} = \frac{1}{3}\left(2^n + 2\cos\frac{n\pi}{3}\right)$

D) $\sum_{k=0}^{E(n/3)} \binom{n}{3k} = \frac{1}{3}\left(2^n + 2\sin\frac{n\pi}{3}\right)$

Partie V

Soit $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$. On considère le système d'inconnue $(x,y,z) \in \mathbb{C}^3$:

$$\begin{cases} x+y+z=a \\ x+jy+j^2z=b \\ x+j^2y+jz=c \end{cases} \qquad \text{(S)}$$

où j désigne la racine cubique de l'unité dont la partie imaginaire est strictement positive.

Question 33

A) Quels que soient $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) n'admet pas de solution dans $\mathbb{C}^3$

B) Quels que soient $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) admet une solution unique dans $\mathbb{C}^3$

C) Quels que soient $(a,b,c) \in \mathbb{C}^3$, le système (S) admet une infinité de solutions dans $\mathbb{C}^3$

D) Il existe un sous-ensemble $E \subset \mathbb{C}^3$, $E \neq \mathbb{C}^3$ tel que le système (S) admet une solution si $(a,b,c) \in E$ et aucune solution si $(a,b,c) \notin E$

Question 34

Une solution de (S) est alors :

A) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+bj^2+cj}{3}, \dfrac{a+b+c}{3}, \dfrac{a+bj+cj^2}{3}\right)$

B) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+b+c}{3}, \dfrac{a+bj+cj^2}{3}, \dfrac{a+bj^2+cj}{3}\right)$

C) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+b+c}{3}, \dfrac{a+bj^2+cj}{3}, \dfrac{a+bj+cj^2}{3}\right)$

D) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+bj^2+cj}{3}, \dfrac{a+bj+cj^2}{3}, \dfrac{a+b+c}{3}\right)$

Question 35

Une condition nécessaire et suffisante pour qu'une solution de (S) soit réelle (i.e. $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$) est :

A) $a \in \mathbb{R}$ et $b = c$

B) $a \in \mathbb{R}$ et $b = \overline{c}$

C) $(a,b,c) \in \mathbb{R}^3$

D) $a \in \mathbb{R}$ et $(b,c) \in i\mathbb{R}^2$

Question 36

Une solution réelle de (S) est alors :

A) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+2\operatorname{Re}(b)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj^2)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj)}{3}\right)$

B) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+2\operatorname{Im}(b)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Im}(bj)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Im}(bj^2)}{3}\right)$

C) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+2b}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj^2)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj)}{3}\right)$

D) $(x,y,z) = \left(\dfrac{a+2\operatorname{Re}(b)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj)}{3}, \dfrac{a+2\operatorname{Re}(bj^2)}{3}\right)$