CONCOURS DE RECRUTEMENT EXTERNE

D'ELEVES PILOTES DE LIGNE

QUESTIONS LIEES :

(1,2,3,4)	(23,24,25,26,17,28,29)
(5,6,7,8,9,10,11,12)	(30,31,32,33)
(13,14,15,16)	(34,35)
(17,18,19,20)	(36,37,38)
(21,22)	(39,40)

La feuille de réponses doit être remplie à l'aide d'un crayon **n° 2 ou HB,** à l'exclusion de tout autre moyen d'écriture. **En effet, le lecteur optique ne détecte que les marques faites au crayon et il les lit même si elles ont été gommées – DONC PAS DE GOMMAGE –**

– Utilisez le questionnaire comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement. En cas d'erreur sur la feuille de réponses, n'hésitez pas à en demander une nouvelle aux surveillants.

– Prenez soin, lorsque vous noircissez une marque, de ne pas déborder sur les marques avoisinantes sous peine de pénalisation pour réponses multiples. (correction automatique)

– Votre feuille de réponses ne doit pas être souillée, froissée, pliée, écornée ou porter des inscriptions superflues sous peine d'être rejetée par la machine et de ne pas être corrigée.

Cette épreuve comporte 40 questions, certaines, de numéros consécutifs, sont liées. La liste des questions liées est donnée au début du texte du sujet. **Chaque candidat devra choisir au plus 32 questions parmi les 40 proposées.**

Il est inutile de répondre à plus de 32 questions : la machine à lecture optique lira les réponses en séquence en partant de la ligne 01, et s'arrêtera de lire lorsqu'elle aura détecté des réponses à 32 questions, quelle que soit la valeur de ces réponses.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

A chaque question numérotée entre 01 et 40, correspond sur la feuille réponses une ligne de cases qui porte le même numéro. (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases a, b, c, d, e.
Pour chaque ligne de 01 à 40 vous vous trouvez en face de quatre possibilités :

– soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

– soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse,
vous devez noircir l'une des cases a, b, c, d.

– soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes,
vous devez noircir deux des cases a, b, c, d et deux seulement.

– soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées a, b, c, d n'est bonne,
vous devez alors noircir la case e.

Attention toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

Dans le plan complexe $\mathbb{C}$, on considère la fonction

$$f \,:\, z \longrightarrow z' = \frac{i\,z - 2 + 4\,i}{z - i}.$$

On note $\mathcal{D}$ l'ensemble de définition de f.

Question n° 01 :

On peut dire que f est

a) définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{C}\backslash\{-i\}$.

b) l'application nulle.

c) une bijection de $\mathcal{D}$ sur lui même.

d) involutive.

Question n° 02 :

Si l'on pose $Z = z - i$ et $Z' = z' - i$, alors

a) $Z\,Z' = -3 - 4\,i$.

b) $|Z\,Z'| = 5$.

Et en particulier

c) $|Z| = 1 \implies Z' = i$.

d) $Z = 0 \implies Z' = -3 + 4\,i$.

Soient M le point d'affixe z, M' le point d'affixe z', A le point d'affixe i, B le point d'affixe $-4 - 2\,i$ et O le point d'affixe 0.

Question n° 03 :

Si M décrit le cercle de centre A et de rayon 5 alors M' est situé sur

a) la médiatrice du segment OA.

b) le cercle de diamètre OA.

c) L'argument de $Z\,Z'$ est égal (mod 2π) à l'angle $\left(\overrightarrow{AM}\,,\,\overrightarrow{AM'}\right)$.

d) Si M décrit l'axe des imaginaires sauf A, alors M' est situé sur une droite.

Question n° 04 :

M' appartient à un cercle de centre O et de rayon ρ (non nul) lorsque M décrit

a) toute droite passant par A, privée du point A.

b) au moins un cercle, privé éventuellement du point A.

M' appartient à une droite passant par O et d'angle polaire θ (mod π) lorsque M décrit

c) au moins une droite passant par B, privée éventuellement du point A.

d) tout cercle de centre A.

On considère les fonctions de la variable réelle x, définies par

$$u(x) = x - 1 + \sqrt{x^2 - 2\,x} \quad \text{et} \quad v(x) = x - 1 - \sqrt{x^2 - 2\,x}$$

de courbes représentatives $\mathcal{C}_u$ et $\mathcal{C}_v$ dans le repère Oxy.

Question n° 05 :

On note $\mathcal{D}$ l'ensemble de définition des fonctions u et v.

a) $\mathcal{D}$ est un intervalle ouvert de $\mathbb{R}$.

b) $\mathcal{D}$ est la réunion de deux intervalles disjoints et ouverts de $\mathbb{R}$.

On note $\mathcal{D}'$ l'ensemble de définition des fonctions dérivées u' et v'.

c) $\mathcal{D}' = \mathcal{D}$.

d) $\mathcal{D}' \subset \mathcal{D}$.

Question n° 06 :

$u'(x)$ est pour tout x de $\mathcal{D}'$

a) positif. b) de même signe que $u(x) \times v(x)$.

La fonction u est sur tout intervalle où elle est définie

c) strictement monotone. d) décroissante.

Question n° 07 :

La fonction u admet en $x = +\infty$ un développement limité généralisé de la forme

$$u(x) = \alpha\, x + \beta + \frac{\gamma}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right).$$

a) Un tel développement ne peut exister car il comportera obligatoirement un terme en $\sqrt{x}$.

Dans le cas contraire

b) $\alpha = \beta$ ou $\gamma = -\dfrac{1}{2}$. c) $\alpha = -2$ et $\gamma = -\dfrac{1}{2}$. d) $\alpha = 2$ et $\beta = -2$.

Question n° 08 :

La fonction u admet en $x = -\infty$ un développement limité généralisé de la forme

$$u(x) = \alpha'\, x + \beta' + \frac{\gamma'}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right).$$

a) Les développements limités généralisés (s'ils existent) en $x = -\infty$ et en $x = +\infty$ sont identiques.

Nous avons

b) $\alpha' = \beta'$. c) $\alpha' = 0$ et $\gamma' = \dfrac{1}{2}$. d) $\alpha' = 2$ ou $\beta' = -2$.

Question n° 09 :

Sur tout intervalle de $\mathcal{D}$,

a) u et v ont le même sens de variation. b) u et v ont des sens de variation contraires.

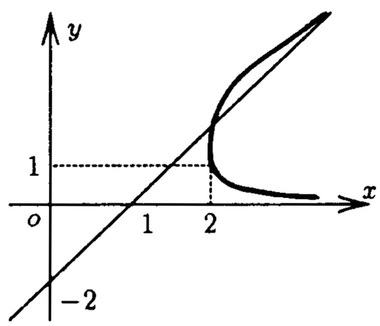
c) u et v ne sont pas dérivables en $x = 2$, mais les courbes $\mathcal{C}_u$ et $\mathcal{C}_v$ ont une même tangente en ce point. d) u et v sont dérivables en $x = 0$, mais les courbes $\mathcal{C}_u$ et $\mathcal{C}_v$ n'ont pas la même tangente en ce point.

Nous notons $\mathcal{C}$ la réunion des courbes $\mathcal{C}_u$ et $\mathcal{C}_v$.

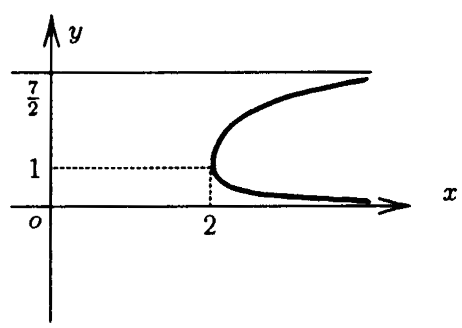
Question n° 10 :

Nous pouvons représenter $\mathcal{C}$ pour $x \geq 1$ par

a)

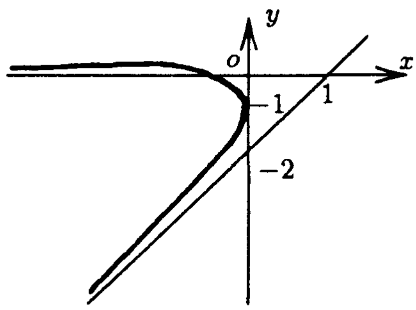


b)

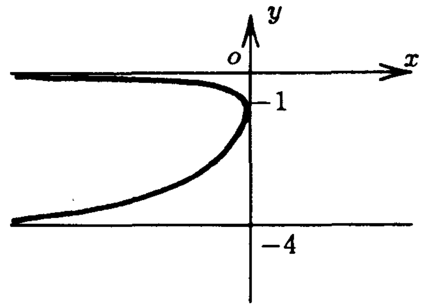


et pour $x \leq 1$ par

c)



d)



Question n° 11 :

La courbe $\mathcal{C}$ admet

a) un centre de symétrie.

b) une seule asymptote.

Une équation de $\mathcal{C}$ peut s'écrire

c) $y^2 + 2\,x\,y + 2\,y + 1 = 0$.

d) $y^2 + 2\,x\,y + 2\,x^2 - 4\,x + 2\,y + 1 = 0$.

Question n° 12 :

$\left(\vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ étant les vecteurs unitaires des axes (Ox, Oy), le point O' de coordonnées $(1,0)$ et les vecteurs $\vec{I} = \vec{\imath}$, $\vec{J} = \vec{\imath} + 2\,\vec{\jmath}$, définissent un repère $O'x'y'$.

a) $\begin{cases} x = x' + y' + 1 \\ y = 2\,y' \end{cases}$

b) $\begin{cases} x' = x + y + 1 \\ y' = 2\,y \end{cases}$

c) Une équation de $\mathcal{C}$ dans le repère $O'x'y'$ est $x'y' = -1$.

d) La courbe $\mathcal{C}$ est une conique.

Soient les équations différentielles associées

$$x\,(2-x)\,y' + (1-x)\,y = 1 \qquad (E)$$

$$x\,(2-x)\,y' + (1-x)\,y = 0 \qquad (E')$$

On note $I_1 =]-\infty, 0[$, $I_2 =]0, 2[$ et $I_3 =]2, +\infty[$. On pose $U = I_1 \cup I_2 \cup I_3$.

Question n° 13 :

a) $y = C\,\sqrt{|x\,(2-x)|}$.

b) $y = \dfrac{C}{\sqrt{|x\,(2-x)|}}$.

sont des solutions de (E') sur U, (C désigne une constante quelconque).

c) $y = \sqrt{x\,(2-x)}$ est une solution de (E') de classe C^1 sur I_2.

d) $y = \dfrac{1}{\sqrt{|x\,(2-x)|}}$ est la seule solution de (E') continue sur U.

Question n° 14 :

(E') sur I_1

a) n'admet aucune solution.

b) admet une infinité de solutions.

(E') sur $\mathbb{R}$

c) admet trois solutions distinctes et trois seulement.

d) n'admet que la banale solution nulle.

Question n° 15 :

L'ensemble des solutions de (E') sur I_1

a) n'est pas un espace vectoriel. b) est une droite vectorielle.

L'ensemble des solutions de (E') sur U est un espace vectoriel réel

c) non dimensionné (ie : de dimension infinie).

d) engendré par la famille de fonctions (g_1, g_2, g_3) définies pour $i = 1, 2, 3$ par

$$\begin{cases} g_i(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|x\,(2-x)|}} & \text{si} \quad x \in I_i \\ g_i(x) = 0 & \text{si} \quad x \in U \backslash I_i. \end{cases}$$

Notant $f_i(x)$ une solution particulière (différente de la solution nulle) de (E') sur I_i, on effectue le changement de fonction inconnue (Méthode de la variation de la constante) défini par $y_i = f_i(x)\,z$, avec $x \in I_i \;\; i \in \{1, 2, 3\}$.

On note pour tout réel $t \neq 0$, $\operatorname{sgn}(t) = 1$ si $t > 0$ et $\operatorname{sgn}(t) = -1$ si $t < 0$.

Question n° 16 : z vérifie sur U, la relation

a) $z' = \sqrt{x\,(2-x)}$. b) $z' = \dfrac{1}{\sqrt{|x\,(2-x)|}}$.

c) $z' = \dfrac{\operatorname{sgn}[x\,(2-x)]}{\sqrt{|x\,(2-x)|}}$. d) $z' = \dfrac{\operatorname{sgn}[x\,(2-x)]}{\sqrt{x\,(2-x)}}$.

Pour $x \in \mathbb{R}\backslash\{0,2\}$, soit la fonction $F(x) = \displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{|x^2 - 2x|}}$.

Question n° 17 :

On suppose dans cette question que $x \in]0,2[$.

La fonction $x \longrightarrow \theta$, définie par $\theta = \operatorname{Arcsin}(x-1)$ est sur l'intervalle $]0,2[$

a) continue mais non dérivable. b) strictement décroissante.

A une constante additive près

c) $F(x) = -\operatorname{Arcsin}(x-1)$. d) $F(x) = \sin(x-1)$.

Dans les questions suivantes $x \in \mathcal{I} =]-\infty, 0[$. On définit les fonctions u et v par

$$u(x) = \sqrt{\frac{x}{x-2}} \quad \text{et} \quad v(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x}}.$$

Question n° 18 :

a) u est de classe C^1. b) u est strictement croissante.

c) u est une bijection de $\mathcal{I}$ sur $]1,+\infty[$. d) u est une injection de $\mathcal{I}$ sur $\mathbb{R}$.

Question n° 19 :

a) Le changement de variable, $u = u(x)$ dans l'intégrale $F(x)$, est possible car u est de classe C^1.

b) Le changement de variable proposé au a) est le seul possible.

c) Le changement de variable, $v = v(x)$ dans l'intégrale $F(x)$, est possible car v est de classe C^1.

d) Ce ne peut-être un changement de variable car v est nulle pour $x = 2$.

Question n° 20 :

A une constante additive près, pour $x \in]-\infty, 0[$

a) $F(x) = \ln\left[x - 1 - \sqrt{x\,(x-2)}\right]$. b) $F(x) = -\ln\left[x - 1 - \sqrt{x\,(x-2)}\right]$.

A une constante additive près, pour $x \in]2, +\infty[$

c) $F(x) = \ln\left[x - 1 + \sqrt{x\,(x-2)}\right]$. d) $F(x) = -\ln\left[x - 1 + \sqrt{x\,(x-2)}\right]$.

α étant un paramètre réel, on donne les matrices

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad N = \begin{pmatrix} X & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \alpha & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Question n° 21 :

Il est possible en opérant uniquement sur les lignes, par une ou plusieurs opérations du type

$$L_i \longleftarrow a\,L_i + b\,L_j, \quad \text{avec} \quad a\,b \neq 0 \quad \text{et} \quad i \neq j, \qquad (1)$$

de transformer la matrice M en la matrice N, telle que

a) $X = \alpha$. b) $X = -2 + 2\alpha$.

Il est possible d'obtenir le résultat demandé, à l'aide des opérations

c) $L_1 \longleftarrow 2\,L_1 - L_3$ et $L_1 \longleftarrow L_1 - L_2$. d) $L_3 \longleftarrow 2\,L_3 - L_1$ et $L_2 \longleftarrow L_2 - L_1$.

Question n° 22 :

a) Toutes opérations du type (1) ne modifient pas le rang d'une matrice. b) L'assertion a) n'est vraie que si on effectue, au plus, deux opérations.

Si $\alpha = -1$ la matrice N est de rang c) 2 d) 1

On considère dans l'espace vectoriel réel $\mathcal{E} = \mathbb{R}^3$, l'endomorphisme f dont la matrice dans la base canonique $\mathcal{B}_0 = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}. \qquad (1)$$

Question n° 23 :

De manière générale, les valeurs propres de tout endomorphisme f de $\mathcal{E}$ sont

a) obligatoirement réelles. b) distinctes deux à deux.

De manière générale, tout endomorphisme f de $\mathcal{E}$ est dans $\mathbb{R}$

c) diagonalisable. d) trigonalisable.

Dans les questions suivantes, on considère l'endomorphisme f défini par (1).

Question n° 24 :

Les valeurs propres de f sont

a) $\lambda = 0$, $\lambda = -1$ et $\lambda = 1$. b) $\lambda = 0$ (double) et $\lambda = 1$ (simple).

c) $\lambda = 0$ et $\lambda = 1$ (toutes deux simples). d) $\lambda = 0$ (simple) et $\lambda = 1$ (double).

Question n° 25 :

Nous avons pour la matrice M les relations (O est la matrice nulle et I la matrice unité)

a) $M(M-I)=O$.

b) $M(M+I)^2=O$.

c) $M^n=-M \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

d) $M^n=M^2 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$.

Question n° 26 :

On note Ker f le noyau de f et Im f l'ensemble de ses images.

a) Ker f et Im f ne sont pas deux sous espaces vectoriels de $\mathcal{E}$.

b) Ker f et Im f sont deux sous espaces propres de f.

c) $\mathrm{Dim}(\mathrm{Ker}\, f)=2$ et $\mathrm{Dim}(\mathrm{Im}\, f)=1$.

d) $\mathrm{Dim}(\mathrm{Ker}\, f)=1$ et $\mathrm{Dim}(\mathrm{Im}\, f)=2$.

Question n° 27 :

Notant (x, y, z) un vecteur de $\mathcal{E}$, les équations suivantes définissent des sous espaces propres

a) $x+y+2z=0$.

b) $x-y+2z=0$.

c) $\left\{\begin{array}{rcl} y & = & 0 \\ x+y+2z & = & 0 \end{array}\right.$

d) $\left\{\begin{array}{rcl} y & = & 0 \\ x+z & = & 0 \end{array}\right.$

Question n° 28 :

L'endomorphisme f

a) n'est pas diagonalisable.

b) est diagonalisable.

Il existe une base $\mathcal{B}_1=(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$ de l'espace vectoriel $\mathcal{E}$ dans laquelle l'endomorphisme f est représenté par la matrice.

c) $M=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

d) $M=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Question n° 29 :

Il est possible de choisir $\mathcal{B}_1$ de telle manière que la matrice de passage de $\mathcal{B}_0$ à $\mathcal{B}_1$, soit

a) $P=\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

b) $P=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

c) f est un projecteur de $\mathcal{E}$ sur Im f.

d) f est une involution.

Soient f et g les endomorphismes de l'espace vectoriel réel $\mathcal{E}=\mathbb{R}^3$ dont les matrices, relativement à la base canonique $\mathcal{B}_0=(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de $\mathcal{E}$, sont respectivement

$$F=\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad G=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 4 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Question n° 30 :

Les valeurs propres de F sont

a) toutes distinctes.

b) réelles.

Les valeurs propres de F et G sont

c) identiques et avec même ordre de multiplicité.

d) identiques, mais avec des ordres de multiplicité différents.

Question n° 31 :

L'endomorphisme f

a) n'est pas diagonalisable car ses valeurs propres sont toutes simples.

b) est diagonalisable car f n'est pas bijective.

L'endomorphisme g

c) est diagonalisable car ses valeurs propres sont toutes simples.

d) n'est diagonalisable car g est bijective.

Question n° 32 :

a) Il est possible de déterminer une base $\mathcal{B} = (\vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$ telle que si P est la matrice de passage de $\mathcal{B}_0$ à $\mathcal{B}$ alors $F = P\,A\,P^{-1}$ où A est une matrice diagonale.

b) Il est possible de déterminer une base $\mathcal{B}' = (\vec{I}', \vec{J}', \vec{K}')$ telle que si Q est la matrice de passage de $\mathcal{B}_0$ à $\mathcal{B}'$ alors $G = Q\,B\,Q^{-1}$ où B est une matrice diagonale.

c) L'assertion a) est fausse et l'assertion b) est vraie.

d) L'assertion a) est vraie et l'assertion b) est fausse.

Question n° 33 :

a) Il est possible de déterminer une base $\mathcal{B}'' = (\vec{I}'', \vec{J}'', \vec{K}'')$ telle que si R est la matrice de passage de la base $\mathcal{B}_0$ à la base $\mathcal{B}''$, alors $F - G = R\,D\,R^{-1}$ où D est une matrice diagonale.

b) L'assertion a) est impossible car les assertions a) et b) de la question précédentes sont fausses.

Si l'on juge que l'assertion a) ci-dessus est vraie alors la matrice D peut s'écrire

c) $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

d) $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Dans l'espace vectoriel réel $\mathcal{E} = \mathbb{R}^n$ où $n \in \mathbb{N}^*$, on considère l'endomorphisme f tel que $f^n = id_{\mathcal{E}}$, où $id_{\mathcal{E}}$ désigne l'endomorphisme tel que $id_{\mathcal{E}}(\vec{u}) = \vec{u},\ \ \forall \vec{u} \in \mathcal{E}$.

Question n° 34 :

Pour tout n,

a) f n'admet qu'une et une seule valeur propre.

b) f admet au moins deux valeurs propres.

c) f admet 0 et 1 pour valeurs propres.

d) Les seules valeurs propres possibles sont 1 et -1.

Question n° 35 :

Pour $n = 3$,

a) les seuls endomorphismes f tels que $f^3 = id_{\mathcal{E}}$ sont $id_{\mathcal{E}}$ et $-id_{\mathcal{E}}$.

b) $\lambda = -1$ est une valeur propre.

Pour $n = 4$,

c) le seul endomorphisme f tel que $f^4 = id_{\mathcal{E}}$ est $-id_{\mathcal{E}}$.

d) $\lambda = 1$ est une valeur propre d'ordre supérieur ou égal à 1.

On considère la fonction numérique définie par

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}\ \exp\left(\frac{1}{x}\right)$$

de courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le repère orthonormé Oxy.

Question n° 36 :

L'ensemble $\mathcal{D}$ de définition de f est

a) $\mathcal{D} = \mathbb{R}\setminus]2,3[$.

b) $\mathcal{D} = \mathbb{R}\setminus\{0\}\cup]2,3[$.

Pour l'ensemble $\mathcal{D}'$ de définition de f', on peut dire que

c) $\mathcal{D}' = \mathcal{D}$.

d) $\mathcal{D}' \supset \mathcal{D}$ (Au sens strict).

Question n° 37 :

f admet un développement asymptotique pour $x = \pm\infty$ de la forme

$$f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\gamma}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right).$$

a) $\alpha = 1$ et $\beta = \dfrac{3}{2}$ pour $x \to +\infty$.

b) $\alpha = -1$ et $\beta = \dfrac{3}{2}$ pour $x \to -\infty$.

Il en résulte que la courbe $\mathcal{C}$ admet une asymptote oblique Δ pour $x \to +\infty$ et que

c) la restriction de $\mathcal{C}$ à l'intervalle $]3, +\infty[$ est située au dessous de Δ.

d) $\mathcal{C}$ coupe son asymptote oblique Δ en un et un seul point.

Question n° 38 :

L'étude de la dérivée f' de la fonction f permet de dire que $\mathcal{C}$

a) est monotone sur l'intervalle $[3, +\infty[$.

b) est bornée sur l'intervalle $]0, 2]$.

c) admet une seule tangente horizontale.

d) admet trois tangentes verticales (distinctes).

On note, sous réserve d'existence, $L_\lambda = \lim\limits_{x\to\lambda} \left[\dfrac{2^x + 5^x}{2}\right]^{\frac{1}{x}}$

Question n° 39 :

Etude du cas $\lambda = 0$.

a) La limite L_0 n'existe pas.

Dans le cas contraire, la valeur de L_0 est

b) $\dfrac{1}{2} \ln 10$.

c) $\sqrt{10}$.

d) positive.

Question n° 40 :

Etude du cas $\lambda = +\infty$.

a) Il est possible d'écrire

$$\varphi(x) = \frac{1}{x} \ln \frac{2^x + 5^x}{2} = \ln 5 + \ln\left[1 + \left(\frac{2}{5}\right)^x\right] - \ln 2.$$

b) la limite $L_{+\infty}$ n'existe pas.

Dans le cas contraire, la valeur de $L_{+\infty}$ est