ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2008**

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES INGÉNIEURS
DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

Épreuve commune obligatoire de MATHÉMATIQUES

Durée : 4 Heures

Coefficient : 2

Ce sujet comporte (dans l'énoncé d'origine, pas dans cette version) :

1 page de garde
2 pages d'instructions pour remplir le QCM
1 page d'avertissement
9 pages de texte, numérotées de 1 à 9

<u>CALCULATRICE AUTORISÉE</u>

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE

DE MATHÉMATIQUES

À LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve « commune obligatoire de mathématiques » de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

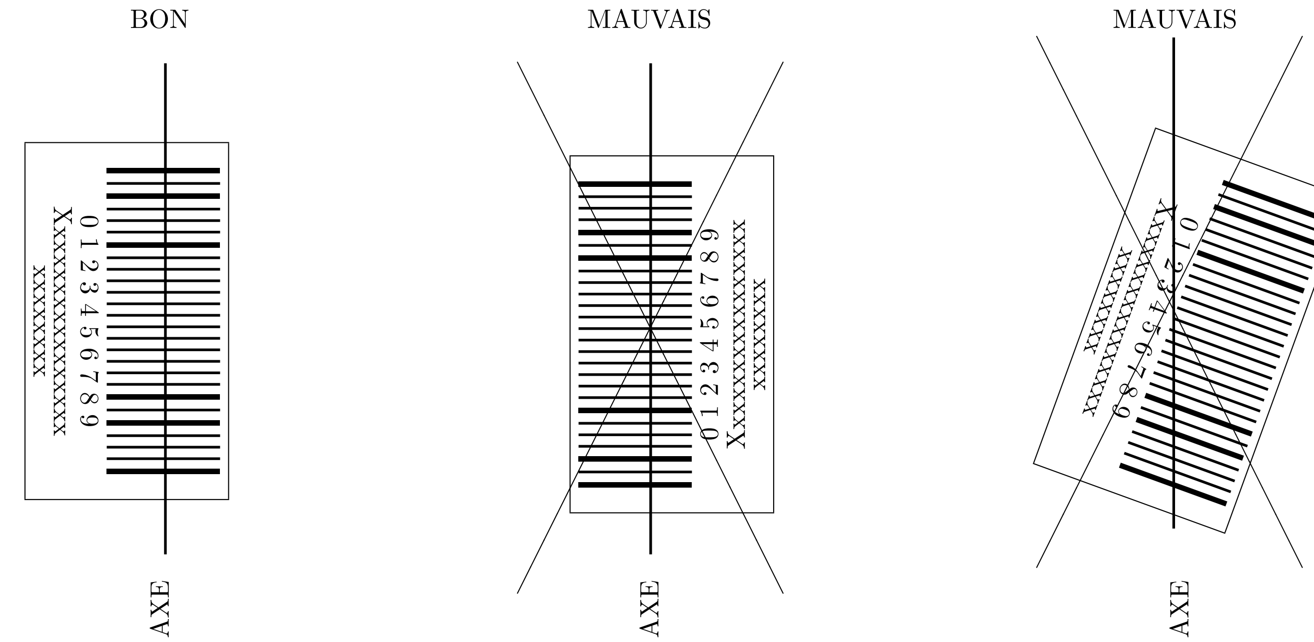
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, l'**étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez**, c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.
5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée avant l'énoncé du sujet lui-même.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- ► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
  la ligne correspondante doit rester vierge.
- ► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
  vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.
- ► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
  vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.
- ► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
  vous devez alors noircir la case E.

Atttention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

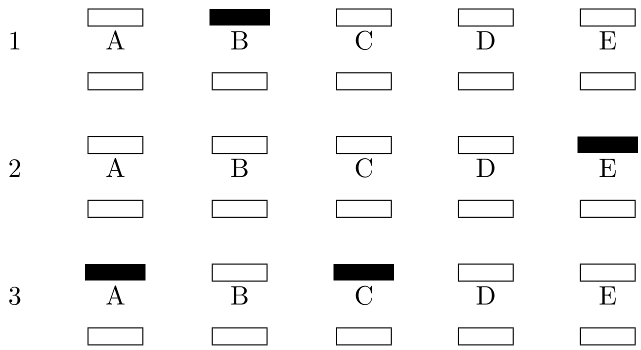
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

<u>Question 1</u> : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

<u>Question 2</u> : le produit $(-1)(-3)$ vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

<u>Question 3</u> : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D)2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENT

QUESTIONS LIÉES

1 à 22
23 à 34
35 à 40

PARTIE I

L'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$ est rapporté à la base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$. On considère l'endomorphisme f de $\mathbb{R}^3$ qui à tout triplet (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$ associe le triplet
$((2\alpha+1)x - \alpha y + (\alpha+1)z, (\alpha-2)x + (\alpha-1)y + (\alpha-2)z, (2\alpha-1)x + (\alpha-1)y + (2\alpha-1)z)$ où α est un paramètre réel.
id désigne l'endomorphisme identité de $\mathbb{R}^3$ et I la matrice unité de l'ensemble $M_3(\mathbb{R})$ des matrices carrées d'ordre 3 à coefficients réels.

Question 1 : La matrice M de l'endomorphisme f par rapport à la base B s'écrit

A) $\begin{pmatrix} 2\alpha+1 & \alpha-2 & 2\alpha-1 \\ -\alpha & \alpha-1 & \alpha-1 \\ \alpha+1 & \alpha-2 & 2\alpha-1 \end{pmatrix}$ B) $\begin{pmatrix} 2\alpha+1 & -\alpha & \alpha+1 \\ \alpha-2 & \alpha-1 & \alpha-2 \\ 2\alpha-1 & \alpha-1 & 2\alpha-1 \end{pmatrix}$ C) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & -3 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$ D) $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Jusqu'à la question 13 incluse, on se place dans le cas où le paramètre α est égal à -1

Question 2 : Le rang de la matrice M est

A) égal à 1 et $\operatorname{Ker} f$ est une droite vectorielle

B) égal à 3 car le rang d'une matrice est égal au nombre de colonnes non nulles de cette matrice

C) inférieur ou égal à 2 car M a deux lignes identiques

D) égal à 2 et $\operatorname{Ker} f$ est un sous-espace vectoriel de dimension 2

Question 3 : On a

A) $\operatorname{Im} f \oplus \operatorname{Ker} f = \mathbb{R}^3$

B) $\operatorname{Im} f$ est inclus dans le plan vectoriel d'équation $3x + 2y + 3z = 0$

C) $\operatorname{Im} f$ contient le vecteur $e_2 + e_3$

D) $\operatorname{Ker} f$ admet $(0, 1, 1)$ comme base

Question 4 : Le polynôme caractéristique $\chi = \det(M - \lambda I)$ de la matrice M

A) est de degré 2 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé

B) est de degré 3 car de manière générale le degré du polynôme caractéristique est égal au rang de l'endomorphisme auquel il est associé

C) n'est pas divisible par λ car sinon sa trace serait nulle

D) est égal à $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda$

Question 5 : L'endomorphisme f

A) admet une seule valeur propre

B) admet 0 pour valeur propre car f n'est pas un automorphisme

C) admet 3 valeurs propres distinctes 0, 2 et 4

D) admet une valeur propre double

Question 6 : L'endomorphisme f

A) est diagonalisable car f admet trois valeurs propres distinctes

B) n'est pas diagonalisable car f n'est pas bijectif

C) n'est ni diagonalisable ni trigonalisable dans $M_3(\mathbb{R})$ car le polynôme caractéristique n'est pas scindé sur $\mathbb{R}$

D) n'est pas diagonalisable mais est trigonalisable dans $M_3(\mathbb{R})$ car le polynôme caractéristique est scindé sur $\mathbb{R}$

Question 7 : On note λ_1, λ_2, λ_3 les valeurs propres, éventuellement confondues, rangées dans l'ordre croissant, de l'endomorphisme f. On considère $B' = (v_1, v_2, v_3)$ la famille de trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$ telle que, pour tout i compris entre 1 et 3 , v_i soit un vecteur propre associé à λ_i dont la première composante dans la base B est égale à 1

A) B' n'est pas une base de l'espace $\mathbb{R}^3$

B) v_1 appartient à $\operatorname{Ker} f$

C) (v_1, v_2) est une base du sous-espace $\operatorname{Im} f$

D) $f(v_3)$ appartient à l'intersection des sous-espaces $\operatorname{Ker} f$ et $\operatorname{Im} f$

Question 8 : On note D la matrice de l'endomorphisme f dans la base B', si elle existe, et on note P la matrice de passage de B à B', si elle est définie.

A) D et P n'existent pas car B' n'est pas une base de $\mathbb{R}^3$

B) $MP = PD$

C) $PM = DP$

D) M etg D n'ont pas les mêmes valeurs propres

Question 9 : On considère le système (S)

$$\begin{cases} x + y + z = r \\ -3x - y + z = s \\ -3x - y - 5z/3 = t \end{cases}$$

où r, s, t sont des paramètres réels.

A) Le système (S) n'admet pas de solution car ce n'est pas un système de Cramer

B) Le système (S) admet une infinité de solutions si les trois paramètres r, s, t sont nuls

C) L'ensemble des solutions de (S) inclut le triplet $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$

D) L'ensemble des solutions de (S) ne contient qu'un seul élément qui vérifie $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} r \\ s \\ t \end{pmatrix}$

Question 10 : La matrice P^{-1}

A) n'est pas définie

B) est la matrice de passage de B' à B et vérifie $\operatorname{rang} P + \operatorname{rang} P^{-1} = 3$

C) a les coefficients de ses lignes qui sont les composantes des vecteurs de B dans la base B'

D) est la matrice $\begin{pmatrix} -4 & -1 & -3 \\ 12 & -2 & 6 \\ 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$

Question 11 : Soit n un entier naturel, on a

A) $M^n = P^{-1} D^n P$

B) $M^n = P D^n P^{-1}$

C) pour tout n entier supérieur ou égal à 2, la dernière ligne de M^n est nulle

D) pour tout n entier supérieur ou égal à 2, M^n a deux lignes identiques

Question 12 : Soit E l'ensemble des vecteurs u de $\mathbb{R}^3$ tels que $f(u) = b$ où b est un vecteur de $\mathbb{R}^3$

A) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b est le vecteur nul

B) Cet ensemble E est non vide si et seulement si b appartient à $\operatorname{Im} f$

C) Si $b = v_1$ alors E est la droite vectorielle $\mathbb{R} v_1$

D) E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$

On considère les systèmes différentiels linéaires

$$(\mathrm{I}) \quad \begin{cases} x_1' = -x_1 + x_2 \\ x_2' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \\ x_3' = -3x_1 - 2x_2 - 3x_3 \end{cases} \quad \text{et} \quad (\mathrm{II}) \quad \begin{cases} y_1' = -4y_1 \\ y_2' = -2y_2 \\ y_3' = 0 \end{cases}$$

Question 13 : On note (y_1, y_2, y_3) une solution de (II) s'il en existe.

A) L'ensemble des solutions du système (II) est réduit à un seul élément

B) L'ensemble des solutions du système (II) est un espace vectoriel de dimension 3

C) Parmi les solutions de (I) on a $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$

D) Parmi les solutions de (I) on a $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = P^{-1} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$

Dans les six questions suivantes, on suppose $\alpha = 1$

Question 14 : Le sous-espace vectoriel $\operatorname{Ker} f$ est

A) une droite vectorielle de dimension 1

B) de dimension 2

C) réduit au vecteur nul car f est bijectif

D) de dimension non nulle au plus égale à 3 car f n'est pas injective

Question 15 : Soit (P) le plan d'équation $y + z = 0$ et (D) la droite d'équation $x = y = z$. On a

A) $\operatorname{Ker} f$ est inclus dans P

B) $\operatorname{Ker} f + D = P$

C) $x = -y = -z$ est une équation de $\operatorname{Ker} f$

D) $2e_1 + e_2 - e_3$ est un vecteur de $\operatorname{Ker} f$

Question 16 : On a

A) D'après la formule du rang, $\operatorname{Im} f$ est de dimension au plus égale à 1

B) Le rang de la matrice M est égal à la dimension de $\operatorname{Im} f$

C) $\operatorname{Im} f = P + D$

D) $\operatorname{Im} f + \operatorname{Ker} f = P$

Question 17 : On a

A) $\lambda_1 = 0$ est valeur propre double car M est de rang 1

B) M est diagonalisable car toutes ses valeurs propres sont simples

C) $\operatorname{Im} f$ est un sous-espace propre de dimension 1

D) $\operatorname{Ker} f$ est un sous-espace propre de dimension 2

On considère les matrices N et Q définies par

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & a & -1 \\ -1 & b & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

où a et b sont des paramètres réels.

Question 18 : On considère l'équation matricielle $MN = NQ$ (1).

A) Elle donne un système de rang 1, donc a et b sont liés par une relation linéaire

B) Elle donne un système de rang 2, ce qui permet de déterminer les valeurs de a et b

C) Il existe une infinité de solutions (a, b) telles que $a + b = 0$

D) Le couple $(-2, -2)$ est solution

Question 19 : A) Il existe une matrice inversible unique N vérifiant l'équation (1)

B) L'équation $MN = NQ$ admet une solution mais la matrice N n'est pas inversible

C) Les matrices N et Q sont semblables

D) Les matrices M et Q sont semblables

Dans les trois dernières questions de cette partie, on pose $\alpha = 0$

Question 20 : On obtient alors

A) $\operatorname{Ker} f$ est défini par les équations $x - z = 0$ et $y = 0$

B) $\operatorname{Im} f$ est défini par l'équation $x + y - z = 0$

C) $\operatorname{Ker} f$ est inclus dans $\operatorname{Im} f$

D) $\operatorname{Ker} f \oplus \operatorname{Im} f = \mathbb{R}^3$

Question 21 : La matrice M

A) a toutes ses valeurs propres réelles et distinctes

B) n'est pas diagonalisable car 0 est valeur propre

C) le vecteur $e_1 - e_3$ est un vecteur propre de f et constitue une base de $\operatorname{Ker}(f + id)$

D) le vecteur $e_1 - e_2$ est un vecteur propre de f et constitue une base de $\operatorname{Im} f$

Question 22 : La matrice M est telle que

A) $M(M^2 + M + I) = 0$

B) $M(M^2 - M + I) = 0$

C) la matrice $M - I$ est inversible

D) il existe deux suites (u_n) et (v_n) telles que, pour tout n entier supérieur à 2, $M^n = u_n M + v_n I$

PARTIE II

On considère la fonction f, 2π-périodique, définie sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ par $f(x) = \cos(\lambda x)$ où λ est un paramètre réel strictement positif.

Question 23 : La fonction f est continue

A) au point $x = \pi$ pour au moins une valeur de λ

B) au point $x = \pi$ uniquement pour $\lambda = 1$

C) sur $\mathbb{R}$ pour tout paramètre λ réel

D) sur $\mathbb{R}$ uniquement pour λ entier pair

Question 24 : La fonction f

A) est, pour tout λ réel, dérivable en π

B) n'est dérivable en π pour aucune valeur du paramètre réel λ

C) est, pour tout λ entier, de classe C^1 sur $\mathbb{R}$

D) n'est pas dérivable sur $\mathbb{R}$ lorsque λ est entier

Question 25 : La fonction f

A) est développable en série de Fourier car toute fonction 2π-périodique l'est

B) est développable en série de Fourier car toute fonction de classe C^1 sur $\mathbb{R}$ l'est

C) est développable en série de Fourier car toute fonction continue l'est

D) n'est pas développable en série de Fourier car pour cela il est nécessaire que la fonction soit périodique et de classe C^2 sur $\mathbb{R}$

Question 26 : La fonction f

A) est paire car la fonction cosinus l'est

B) est impaire

C) ne peut être 2π-périodique car il existe des valeurs du paramètre λ pour lesquelles $\cos(\lambda x)$ n'admet pas 2π pour période

D) est 2π-périodique car, pour tout λ réel, la fonction $\cos(\lambda x)$ est 2π-périodique

Question 27 : De manière générale, si l'on note $S_n(g)$ la somme partielle de rang n, n entier strictement positif, du développement en série de Fourier trigonométrique de la fonction g 2π-périodique et de classe C^1 par morceaux sur $\mathbb{R}$, la suite des sommes partielles $S_n(g)$

A) converge en moyenne quadratique vers g sur $\mathbb{R}$

B) converge en moyenne quadratique vers g sur tout intervalle de longueur 2π

C) converge normalement vers g sur $\mathbb{R}$

D) converge en tout point x de $\mathbb{R}$ vers $g(x)$

Question 28 : Revenant à la fonction f, on note $S_n(f)$ la suite des sommes partielles associée au développement en série de Fourier de cette fonction f.

A) Lorsque λ est un entier, la suite $S_n(f)(x)$ converge vers 0 en tout point x de $\mathbb{R}$

B) Lorsque λ est un entier, la suite $S_n(f)(x)$ converge vers $f(x)$ en tout point x de $\mathbb{R}$

C) Lorsque λ est un réel non entier, la suite $S_n(f)(x)$ ne converge pas en tout point x de $\mathbb{R}$ car f n'est pas continue sur $\mathbb{R}$

D) Lorsque λ est un réel non entier, la suite $S_n(f)(x)$ converge en tout point x de $\mathbb{R}$ car f satisfait les conditions du théorème de Dirichlet

Question 29 : Les coefficients de Fourier trigonométriques a_0, a_n et b_n de la fonction f vérifient

A) $b_n = 0$ pour tout n entier strictement positif car f est impaire

B) $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif car f est paire

C) Pour tout n entier strictement positif et tout α réel, $a_n = (1/\pi)\displaystyle\int_{\alpha}^{\alpha+\pi} f(x)\cos(nx)\ \mathrm{d}x$

D) Pour tout n entier strictement positif, $b_n = (2/\pi)\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(\lambda x)\cos(nx)\ \mathrm{d}x$

Question 30 : On a les relations suivantes

A) $2\cos p\cos q = \cos(p-q) + \cos(p+q)$

B) $2\cos p\cos q = \cos(q-p) - \cos(p+q)$

C) $2\sin p\sin q = \cos(q-p) + \sin(p+q)$

D) $2\sin p\cos q = \sin(p-q) + \sin(p+q)$

Question 31 : On suppose le paramètre λ réel non entier. Les coefficients de Fourier trigonométriques a_0, a_n et b_n de la fonction f vérifient alors

A) $a_0 = 1/2\pi$

B) $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif

C) $a_0 = \sin(\lambda\pi)/(\lambda\pi)$ et $a_n = 2\lambda(-1)^n\sin(\lambda\pi)/\left(\lambda^2 - n^2\right)$ pour tout n entier strictement positif

D) $a_0 = 0$ et $a_n = 2\lambda(-1)^n\sin(\lambda\pi)/\left(\pi(\lambda^2 - n^2)\right)$ pour tout n entier strictement positif

Question 32 : On suppose que le paramètre λ est un entier non nul. Les coefficients de Fourier trigonométriques a_0, a_n et b_n de la fonction f vérifient alors

A) a_0 est nécessairement non nul et $b_n = 0$ pour tout n entier strictement positif

B) $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif

C) $a_0 = \sin(\lambda\pi)/(\lambda\pi) = 0$ et $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif

D) $a_0 = 0$, $a_\lambda = 1$ et $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif différent de λ

Question 33 : On suppose que $\lambda = 1/4$. Les coefficients de Fourier trigonométriques a_0, a_n et b_n de la fonction f vérifient alors

A) $a_0 = 4\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 4\sqrt{2}(-1)^n/\left(\pi(1+16n^2)\right)$ pour tout n entier strictement positif

B) $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 0$ pour tout n entier strictement positif

C) $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 4\sqrt{2}(-1)^n/\left(\pi(1-16n^2)\right)$ pour tout n entier strictement positif

D) $a_0 = 2\sqrt{2}/\pi$ et $a_n = 2\sqrt{2}(-1)^n/\left(\pi(1-16n^2)\right)$ pour tout n entier strictement positif

Question 34 : On suppose toujours que $\lambda = 1/4$. On a alors

A) pour tout t réel, $f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\left\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n/(1-16n^2)\right\}$

B) pour tout t réel, $f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\left\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\cos(nt)/(1-16n^2)\right\}$

C) pour tout t réel, $f(t) = (2\sqrt{2}/\pi)\left\{1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\cos(2nt)/(1-16n^2)\right\}$

D) $\sum_{n=1}^{+\infty} 1/(1-16n^2) = (\pi/8) - 1$

PARTIE III

On considère l'équation différentielle
$$(E) \quad x^2y''(x) + x(x+1)y'(x) - y(x) = 0$$

Question 35 : A) Les fonctions x^2 et $x(x+1)$ étant continues sur $\mathbb{R}$, l'ensemble des solutions de (E) sur $\mathbb{R}$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension 2

B) les fonctions $-1/x^2$ et $(x+1)/x$ étant continues sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, l'ensemble des solutions de (E) sur $\mathbb{R}$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension 1

C) les fonctions $-1/x^2$ et $(x+1)/x$ étant continues sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, l'ensemble des solutions de (E) sur $]0, +\infty[$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension 2

D) les fonctions $-1/x^2$ et $(x+1)/x$ étant continues sur $\mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$, l'ensemble des solutions de (E) sur $]-\infty, 0[$ est un $\mathbb{R}$-espace vectoriel de dimension 1

Question 36 : On note, si elle existe, $f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$ une solution de (E) développable en série entière de rayon de convergence R

A) (E) n'admet pas de solution développable en série entière au voisinage de 0

B) $(n+1)a_n - na_{n+1} = 0$ pour tout entier n strictement positif, $a_0 = 0$ et a_1 arbitraire

C) $(n^2 - 2n - 1 + nx)a_n = 0$ pour tout entier naturel n

D) $(n+1)a_n + a_{n-1} = 0$ pour tout entier strictement positif n et a_0 arbitraire

Question 37 : Le rayon de convergence R de cette série entière solution de l'équation différentielle (E), si elle existe, est égal à

A) 0 car la seule solution développable en série entière est la fonction nulle

B) $+\infty$ car la suite de terme général a_{n+1}/a_n tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$ pour tout réel a_1 non nul

C) 1 car la suite de terme général a_{n+1}/a_n tend vers 1 quand n tend vers $+\infty$

D) $+\infty$ car la suite de terme général a_{n+1}/a_n tend vers $+\infty$ quand n tend vers $+\infty$ pour tout réel a_1 non nul

Question 38 : Une série entière de rayon de convergence R, réel strictement positif, est

A) normalement convergente sur tout compact de l'intervalle $]-R, R[$

B) toujours absolument et simplement convergente sur l'intervalle $[-R, R]$

C) simplement convergente sur l'intervalle $]-R, R[$ mais n'est pas nécessairement absolument convergente sur cet intervalle

D) toujours normalement convergente sur l'intervalle $]-R, R[$

Question 39 : La suite (a_n), n entier naturel, des coefficients du développement en série entière d'une solution de l'équation différentielle (E)

A) est définie par $a_0 = 0$ et $a_n = (-1)^n 2a_1 / ((n+1)!)$ pour tout entier strictement positif n, où a_1 est un réel quelconque

B) est définie pour tout entier naturel n par $a_n = a_0(-1)^n / ((n+1)!)$ où a_0 est un réel quelconque

C) est définie par $a_0 = 0$ et $a_n = (-1)^n a_1 / ((n+1)!)$ pour tout entier strictement positif n où a_1 est un réel quelconque

D) n'est pas définie car il n'existe pas de solution développable en série entière autre que la fonction nulle

Question 40 : A) L'ensemble des fonctions f solutions de (E) développables en série entière se réduit nécessairement à la fonction nulle

B) Les fonctions f solutions de (E) développables en série entière sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2a_1 (e^{-x} - 1)/x$

C) Les fonctions f solutions de (E) développables en série entière sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2a_1 (e^{-x} - 1 + x)/x$

D) Les seules solutions de (E) sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions $(be^{-x}/x)(1 + (x-1)e^x)$ où b est un réel quelconque.