ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **ICNA 1998**

4 heures

ÉPREUVE COMMUNE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

L'épreuve «commune obligatoire de mathématiques» de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

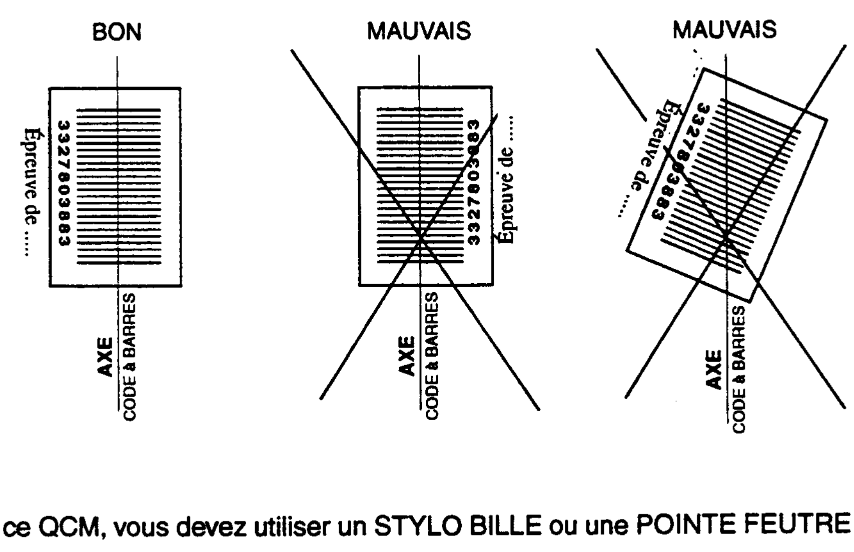
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire épreuve commune obligatoire de mathématiques (voir modèle ci-dessous).

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, le trait vertical matérialisant l'axe de lecture du code à barres (en haut à droite de votre QCM) doit traverser la totalité des barres de ce code.

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur NOIRE.

3) Utilisez le sujet comme brouillon et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 40 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée au début du texte du sujet.
Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

- soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

- soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

- soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D et deux seulement.

- soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

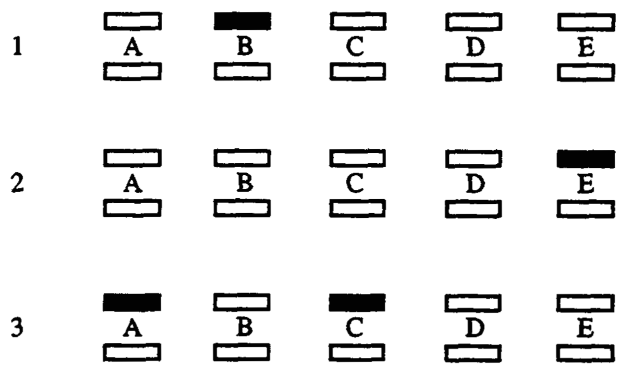
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut
a) 3 b) 5 c) 4 d) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut
a) -3 b) -1 c) 4 d) 0

Question 3 : les racines de l'équation $x^2 - 1 = 0$ sont
a) 1 b) 0 c) -1 d) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



Liste des questions pouvant être liées :

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15)
(16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26)
(27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40)

Ce sujet comporte 40 questions, toutes obligatoires

On considère les fonctions u, v et w définies respectivement sur les intervalles $\mathcal{I} =]-1,1]$, $\mathcal{J} = [0,+\infty[$ et $\mathcal{K} = \mathbb{R}$ par

$$u(x) = \frac{1-x}{1+x}, \quad v(x) = \sqrt{x} \quad \text{et} \quad w(x) = \arctan x.$$

Soit $f = w \circ v \circ u$ définie sur $\mathcal{I}$ de courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le repère Oxy.

Question n° 01 :

a) $\mathcal{J} = u(\mathcal{I})$.
b) $\mathcal{K} = v(\mathcal{J})$.
c) $\mathcal{I} \subset w(\mathcal{K})$.
d) $\mathcal{K} = w\,o\,v\,o\,u(\mathcal{I})$.
Lire aussi : $\mathcal{K} = (w\,o\,v\,o\,u)(\mathcal{I})$.

Question n° 02 :

f est croissante sur $\mathcal{I}$ car

a) u, v et w sont croissantes.
b) u et v sont décroissantes et w est croissante.

f est monotone sur $\mathcal{I}$ car

c) u, v et w sont monotones.
d) u est strictement décroissante.

Question n° 03 :

L'expression de $f(x)$ est pour tout $x \in \mathcal{I}$

a) $f(x) = -\arctan\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.
b) $f(x) = \dfrac{\pi}{2} - \arctan\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.
c) $f(x) = \arctan\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$.
d) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1+\arctan x}{1-\arctan x}}$.

Question n° 04 :

La fonction arctan admet en $x = 0$ un développement limité

a) de tout ordre comportant uniquement des puissances paires car cette fonction est impaire.
b) uniquement à l'ordre $2n+1$, $n \geq 0$, et de la forme

$$\arctan x = \sum_{k=0}^{2n+1} \frac{(-1)^k}{2k+1} x^{2k+1}$$

c) La fonction v admet un développement limité en $x = 0$, d'ordre au plus 1.

d) La fonction $\arctan v(x)$ admet un développement limité en $x = 0$, d'ordre au moins 2.

Question n° 05 :

Soit la fonction $g(x) = \arctan \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$.

g admet un développement limité au point $x = 0$, à l'ordre au moins 3, de la forme

a) $g(x) = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^3}{6} + o\left(x^3\right)$.

b) $g(x) = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{x}{2} + \dfrac{x^3}{12} + o\left(x^3\right)$.

De plus

c) $\lim\limits_{x \to -1^+} g(x) = 0$.

d) $\lim\limits_{x \to 1^-} g(x) = -\dfrac{\pi}{4}$.

Question n° 06 :

a) Au point $x = 0$, les fonctions f et g ont le même développement limité.

b) L'assertion a) ci-contre est vraie, mais $f(x) \neq g(x)$ pour tout x.

Il est possible d'exprimer $g(x)$ sous la forme

c) $g(x) = \dfrac{\pi}{2} + \arctan \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.

d) $g(x) = \dfrac{\pi}{4} - \arctan \sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$.

Question n° 07 :

a) f est continue au point $x = 1$.

b) $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = -\dfrac{\pi}{2}$ donc f n'est pas prolongeable par continuité au point $x = -1$.

c) f est prolongeable en une bijection de l'intervalle $[-1, 1]$ sur $\mathbb{R}$.

d) f est une bijection de $\mathcal{I}$ sur $\mathbb{R}$ car u est une bijection de $\mathcal{I}$ sur $\mathcal{J}$, v une bijection de $\mathcal{J}$ sur $\mathcal{K}$ et w une bijection de $\mathcal{K}$ sur lui même.

Question n° 08 :

a) $v \circ u$ est dérivable sur $\mathcal{I}$.

b) v est dérivable sur $\mathcal{J}$ et $v'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

c) u est dérivable sur $\mathcal{I}$ et $u'(x) = \dfrac{2}{(1+x)^2}$.

d) w est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $w'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$.

On note dans la suite, $\mathcal{I}' =]-1, 1[$, $\mathcal{J}' = u(\mathcal{I}')$ et $\mathcal{K}' = v(\mathcal{J}')$.

Question n° 09 :

a) Au moins un des trois intervalles $\mathcal{I}'$, $\mathcal{J}'$ ou $\mathcal{K}'$ est fermé.

b) Au plus deux des trois intervalles $\mathcal{I}'$, $\mathcal{J}'$ ou $\mathcal{K}'$ sont ouverts.

c) f est dérivable sur $\mathcal{I}' \backslash \{0\}$.

d) f n'est pas de classe C^1 sur $\mathcal{I}'$.

Question n° 10 :

Sur son ensemble de dérivabilité, f admet pour dérivée

a) $f'(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x^2 - 1}}$.

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{1-x^2}}$.

c) $f'(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$.

d) $f'(x) = \sqrt{1-x^2}$.

Question n° 11 :

On peut écrire pour tout $x \in \mathcal{I}$

$$f(x) = \frac{1}{2}\arcsin x + \mathit{Constante}. \tag{1}$$

a) *Constante* $= 0$.

b) *Constante* $= -\dfrac{\pi}{4}$.

c) L'écriture (1) est impossible.

d) Il existe $\alpha \in \mathcal{I}$ tel que $f(\alpha) = \arcsin \alpha + \dfrac{\pi}{2}$.

Question n° 12 :

a) $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \arctan x + \arctan \dfrac{1}{x} = \dfrac{\pi}{2}$.

b) $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad |\arctan x| + \left|\arctan \dfrac{1}{x}\right| = \dfrac{\pi}{2}$.

c) $\forall x \in \mathcal{I}' \quad f(-x) + f(x) = \dfrac{\pi}{2}$.

d) $\forall x \in \mathcal{I}' \quad f(-x) - f(x) = \dfrac{\pi}{2}$.

Question n° 13 :

a) $\mathcal{C}$ admet pour centre de symétrie le point $\Omega\left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$.

b) $\mathcal{C}$ admet l'axe Oy pour axe de symétrie.

c) $\mathcal{C}$ est concave pour $0 \leq x \leq 1$.

d) $\mathcal{C}$ admet pour asymptote la droite d'équation $x = -1$.

Dans les questions suivantes, on pose $x = \cos 2\theta$ où $\theta \in \mathcal{L} = \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right[$.

Question n° 14 :

L'application $t \ : \ \theta \longrightarrow x$ de $\mathcal{L}$ sur $\mathcal{I}$ est une

a) bijection continue et dérivable.

b) injection continue non dérivable.

Nous avons

c) t admet une application réciproque dérivable sur $\mathcal{I}'$.

d) t est strictement croissante sur $\mathcal{L}$.

Question n° 15 :

a) $\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} = \tan\theta$.

b) $\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}} = |\tan\theta|$.

c) $\forall \theta \in \mathcal{L}, \quad f(\cos 2\theta) = \pi - \theta$.

d) $\forall \theta \in \mathcal{L}, \quad f(\cos 2\theta) = \pi + \theta$.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} x^4 \cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}$$

de courbe représentative $\mathcal{C}$ dans le repère Oxy.

Question n° 16 :

La fonction cos est paire donc pour tout $x \neq 0$

a) $\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) \geq 0$

b) $\cos\left(\dfrac{1}{x}\right) > 0$

c) $\mathcal{C}$ admet l'axe Oy pour axe de symétrie.

d) $\mathcal{C}$ admet l'axe Ox pour axe de symétrie.

Question n° 17 :

Pour tout réel x, nous avons

a) $f(x) \leq x^4$.

b) $|f(x)| \leq x^4$.

c) $f(x) \leq 1$.

d) $|f(x)| \leq \cos\left|\dfrac{1}{x}\right|$.

Question n° 18 :

a) f est continue au point $x = 0$ car f est bornée sur $\mathbb{R}$.

b) f est discontinue au point $x = 0$ car $|f(x)| \leq x^4$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Pour tout x tel que $|x| \leq 1$, nous avons

c) $|f(x)| \leq |x|$ donc f est continue au point $x = 0$.

d) $|f(x)| \leq \left|\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\right| \leq 1$. donc f est discontinue au point $x = 0$.

Question n° 19 :

a) f n'est pas continue au point $x = 0$ mais $\dfrac{f(x)}{x}$ admet une limite finie pour $x \to 0$.

Si f est dérivable au point $x = 0$ alors $f'(0)$ vaut

b) 1.

c) 0.

d) -1.

Question n° 20 :

De manière générale pour les questions a) et b), si φ est une fonction définie sur l'intervalle ouvert $\mathcal{I}$ et $a \in \mathcal{I}$ alors

a) φ dérivable au point $a \implies \lim\limits_{x \to a} \dfrac{\varphi(x) + \varphi(a)}{x + a} = l$ (finie).

b) $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{\varphi(x) - \varphi(a)}{x - a} = l$ (finie) $\implies \varphi$ dérivable au point a.

Nous avons pour la courbe $\mathcal{C}$ au point $x = 0$

c) une tangente verticale.

d) une tangente horizontale.

Question n° 21 :

Pour $x \neq 0$, la fonction f est dérivable au moins une fois, et $f'(x)$ est

a) $4x^3 \sin \frac{1}{x} + x^2 \cos \frac{1}{x}$.

b) $x^2 \cos \frac{1}{x} \left(4x + \tan \frac{1}{x}\right)$.

L'équation $4x + \tan \frac{1}{x} = 0$

c) n'admet pas de zéro sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ car la fonction tan est strictement croissante sur cet intervalle.

d) admet une infinité dénombrable de zéros sur $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Question n° 22 :

Pour $x \neq 0$, la fonction f est dérivable au moins deux fois, et $f''(x)$ est

a) $12x^2 \cos \frac{1}{x} + 6x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x}$.

b) $12x^3 \sin \frac{1}{x} - 6x \cos \frac{1}{x} - x \sin \frac{1}{x}$.

c) $f''(x)$ admet une limite finie pour $x \to 0$ donc f est au moins de classe C^2 sur $\mathbb{R}$.

d) $f''(x)$ n'admet pas de limite pour $x \to 0$ donc f est seulement dérivable une fois sur $\mathbb{R}$.

Question n° 23 :

Pour x appartenant à un voisinage v_0 de $x = 0$

a) $f(x) = o\left(x^3\right)$.

b) $f(x) = 1 + o(x)$.

c) f admet un développement limité à l'ordre 3 au point $x = 0$.

d) f ne peut admettre un développement limité à l'ordre 2 car f n'est pas de classe C^2 sur v_0.

Dans les trois questions suivantes, nous déterminons une valeur approchée α du zéro de la fonction $\varphi(x) = -x - \frac{1}{4} \tan \frac{1}{x}$ compris dans l'intervalle $\mathcal{J} = \left[\frac{4}{10}, \frac{6}{10}\right]$.

Question n° 24 :

Existence de α.

a) La fonction φ est strictement croissante sur $\mathcal{J}$.

b) La dérivée de φ est strictement négative sur $\mathcal{J}$.

Les valeurs suivantes sont données à 10^{-3} près.

c) $\varphi(0,4) = 0,213$.

d) $\varphi(0,6) = 1,999$.

Question n° 25 :

Soit la suite u définie par $u_0 = 0,5$ et pour $n \geq 0$ par $u_{n+1} = \varphi\left(u_n\right) + u_n$.

a) $u_n \in \mathcal{J} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.

b) $\varphi(\alpha) \neq \alpha$.

c) La suite u est décroissante car φ est croissante.

d) La suite u est monotone et minorée donc converge.

Question n° 26 :

Soit la fonction $\psi(x) = \varphi(x) + x$ définie sur l'intervalle $\mathcal{J}$.

a) ψ est bijective et admet une fonction réciproque bijective ψ^{-1}.

b) Si ψ^{-1} existe alors
$$\psi^{-1}(x) = -\frac{1}{\arctan(4x)}.$$

Soit la suite v définie par $v_0 = 0,5$ et pour $n \geq 0$ par $v_{n+1} = \dfrac{1}{\pi - \arctan\left(4v_n\right)}$.

c) La suite v est croissante et converge vers α.

d) $\alpha = 0,4894$ à 10^{-4} près par défaut.

$\mathcal{E}$ désigne l'espace vectoriel réel $\mathbb{R}^2$ et φ un endomorphisme de $\mathcal{E}$ de matrice M dans la base canonique $\mathcal{B} = \left(\vec{i}, \vec{j}\right)$. On note $id_{\mathcal{E}}$ l'endomorphisme identité.

Le polynôme caractéristique de M peut s'écrire sous la forme (I est la matrice unité)

$$\det(M - \lambda I) = \lambda^2 - \alpha\lambda + \beta$$

et est supposé (pour les deux questions suivantes) tel que : $\Delta = \alpha^2 - 4\beta \geq 0$,

Question n° 27 :

alors l'application $M \longrightarrow (\alpha, \beta)$ est

a) linéaire ou bijective.

b) non linéaire et non injective.

Nous avons

c) α est indépendant de $\mathcal{B}$.

d) β dépend de $\mathcal{B}$.

Question n° 28 :

a) M est toujours diagonalisable.

b) M est trigonalisable.

c) φ est diagonalisable si et seulement si $\Delta > 0$.

d) Si $\Delta = 0$ alors φ est diagonalisable.

Dans toute la suite $M = \begin{pmatrix} -41 & 56 \\ -30 & 41 \end{pmatrix}$.

Question n° 29 :

a) $M^2 = I$.

b) $M^3 = -I$.

c) 1 est la seule valeur propre de φ.

d) -1 est une valeur propre de φ.

Question n° 30 :

a) φ est diagonalisable.

b) $\varphi o \varphi = \varphi$ (ie : φ est un projecteur).

c) φ ne peut être diagonalisable car ses valeurs propres sont opposées.

d) $\varphi o \varphi = id_{\mathcal{E}}$ (ie : φ est une involution).

Question n° 31 :

a) $3x - 4y = 0$ est une équation d'un sous espace propre.

b) $5x + 7y = 0$ est une équation d'un sous espace propre.

c) Il existe une et une seule base dans laquelle la matrice de φ est $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

d) Il existe une infinité de bases dans lesquelles la matrice de l'endomorphisme φ est $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Question n° 32 :

a) φ n'est pas diagonalisable.

Dans le cas contraire il existe une base $\mathcal{B}'$ dans laquelle la matrice de φ peut s'écrire

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

d) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Soit la famille $\mathcal{F} = \left(\vec{I}, \vec{J}\right)$ telle que $P = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ soit la matrice de $\mathcal{F}$ dans $\mathcal{B}$. (ie : $\vec{I} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\vec{J} = 7\vec{i} + 5\vec{j}$).

Question n° 33 :

a) $\mathcal{F}$ est une nouvelle base de l'espace vectoriel $\mathcal{E}$ car le déterminant de P vaut 1.

b) $\vec{I}$ est un vecteur invariant par φ.

c) $\varphi\left(\vec{J}\right) = -\vec{J}$, donc $\vec{J}$ est un vecteur propre de φ.

d) P n'est pas inversible car son rang est nul.

Question n° 34 :

a) Il existe au moins deux matrices distinctes Q telles que $PQ = I$.

On note P^{-1} (si elle existe) la matrice inverse de P.

b) $P^{-1} M P = P M P^{-1}$.

c) $P^{-1} M P = I$.

d) Pour tout n entier naturel $M^n = \begin{pmatrix} -20 + 21(-1)^n & -35 + 35(-1)^n \\ 12 - 12(-1)^n & 21 - 20(-1)^n \end{pmatrix}$.

On considère la matrice $T = \begin{pmatrix} -41 & 56 & x \\ -30 & 41 & y \end{pmatrix}$ où x et y sont réels.

Question n° 35 :

a) L_i désigne la $i^{ème}$ ligne de T. Il existe γ et δ réels non nuls tels que l'opération

$$L_2 \longleftarrow \gamma L_2 + \delta L_1,$$

transforme T en la matrice $T' = \begin{pmatrix} -41 & 56 & x \\ 0 & 1 & -30x + 41y \end{pmatrix}$.

b) Si l'on admet l'assertion a), alors γ et δ ne sont pas uniques.

c) Le noyau de φ est un sous espace de dimension 1 dont une équation est $-30\,x + 41\,y = 0$.

d) Il existe une base de $\mathcal{E}$ dans laquelle la matrice de φ est $\begin{pmatrix} -41 & 56 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

On associe à la matrice P (cf ci-dessus) la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 7 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Question n° 36 :

On effectue sur la matrice A les opérations élémentaires suivantes :

$$L_2 \longleftarrow L_2 - \frac{3}{4} L_1, \quad L_2 \longleftarrow -4\,L_2, \quad L_1 \longleftarrow L_1 - 7\,L_2 \quad \text{et} \quad L_1 \longleftarrow \frac{1}{4} L_1.$$

Le résultat obtenu est identique si l'on

a) ne respecte pas l'ordre indiqué.

b) effectue les opérations dans l'ordre inverse.

La matrice B obtenue

c) est de rang strictement inférieur à la matrice A car les opérations

$$L_2 \longleftarrow -4\,L_2 \text{ et } L_1 \longleftarrow \frac{1}{4} L_1$$

modifie le rang.

d) est une matrice de même rang que A et de même rang que ${}^tA$ (transposée de A).

Question n° 37 :

La matrice B obtenue est

a) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 7 \\ 0 & 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$.

La matrice obtenue B permet de déterminer

c) la matrice inverse de P, soit
$$P^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}.$$

d) les valeurs propres de P qui sont -5 et -4.

On considère la matrice $N = \begin{pmatrix} -41 & 56 & 0 \\ -30 & 41 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ d'un endomorphisme Ψ d'un espace vectoriel réel $\mathcal{E}_1$ de dimension 3 rapporté à la base $\mathcal{B}_1 = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

Question n° 38 :

N est diagonalisable car

a) -1 est une valeur propre et la trace de N est égale à -1.

b) toute matrice carrée d'ordre 3 est diagonalisable, ce qui n'est pas le cas d'une matrice carré d'ordre 4.

Les valeurs propres de N sont

c) -1 et 1.

d) -1 double et 0.

On donne les vecteurs de $\mathcal{E}_1$
$$\vec{U} = 4\vec{u} + 3\vec{v}, \quad \vec{V} = \vec{w} \quad \text{et} \quad \vec{W} = 7\vec{u} + 5\vec{v}.$$

Question n° 39 :

La famille $\mathcal{U} = \left(\vec{U}, \vec{V}, \vec{W}\right)$ est

a) liée car $\vec{U}$ et $\vec{W}$ sont des combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b) libre mais non génératrice de $\mathcal{E}_1$ car $\vec{U}$ et $\vec{V}$ ne s'expriment pas en fonction du vecteur $\vec{w}$.

La matrice de $\mathcal{U}$ dans la base $\mathcal{B}_1$ est

c) de rang 3.

d) inversible car de déterminant nul.

Question n° 40 :

a) $\mathcal{U}$ n'est pas une nouvelle base de $\mathcal{E}_1$.

Dans le cas contraire soit Q la matrice de passage de la base $\mathcal{B}_1$ à cette nouvelle base $\mathcal{U}$ alors Q est inversible et

b) de déterminant égal à -1.

c) $Q^{-1} = {}^t Q$.

d) L'endomorphisme bijectif Ψ est une involution.